

André Mounier

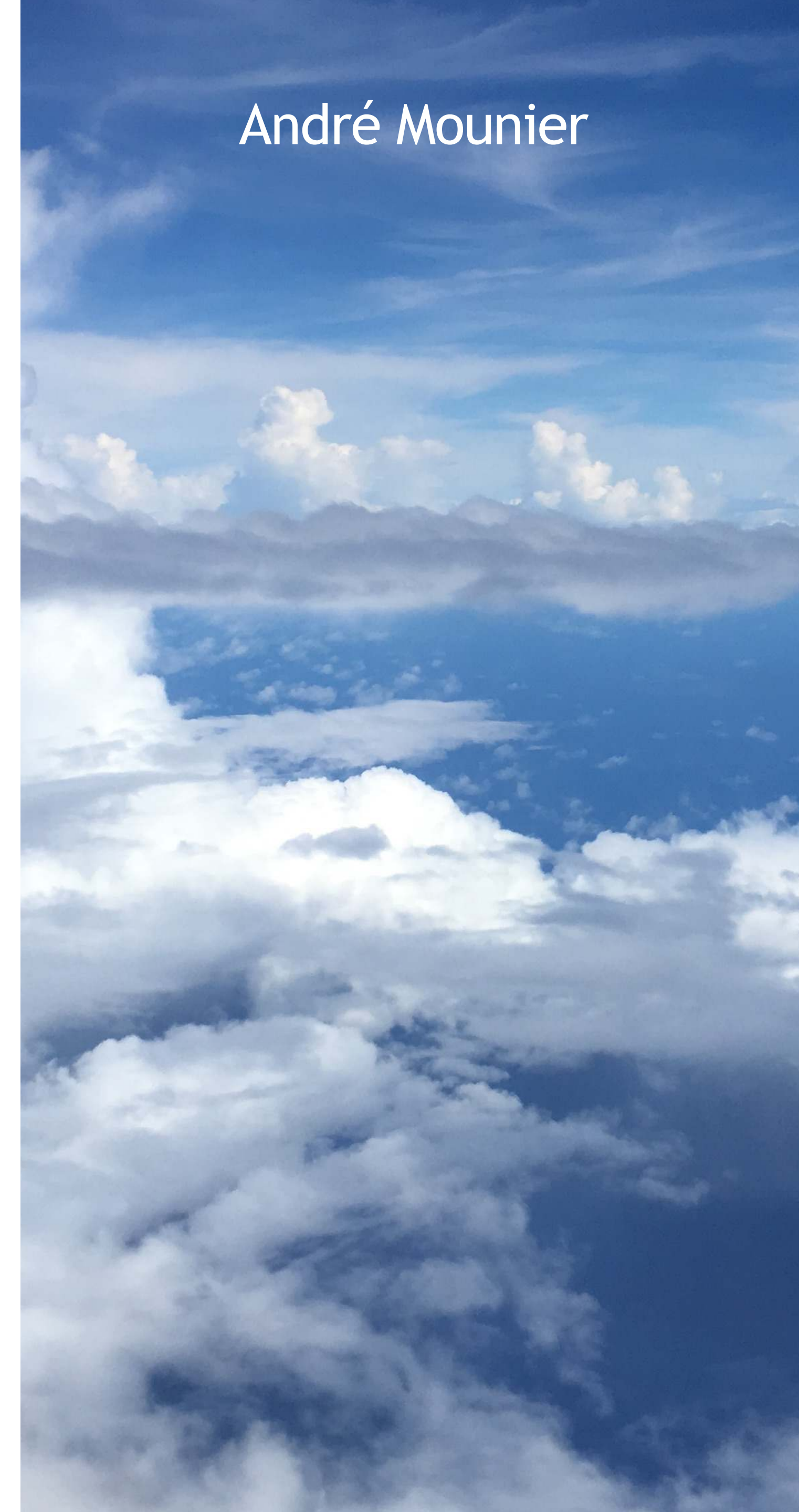
Soutenance de stage

Développement d'un modèle simplifié d'effet de serre et de climat

Stage effectué au Laboratoire de Météorologie Dynamique (LMD) sous la direction de Jean-Louis Dufresne

5 mai 2020 - 27 juillet 2020

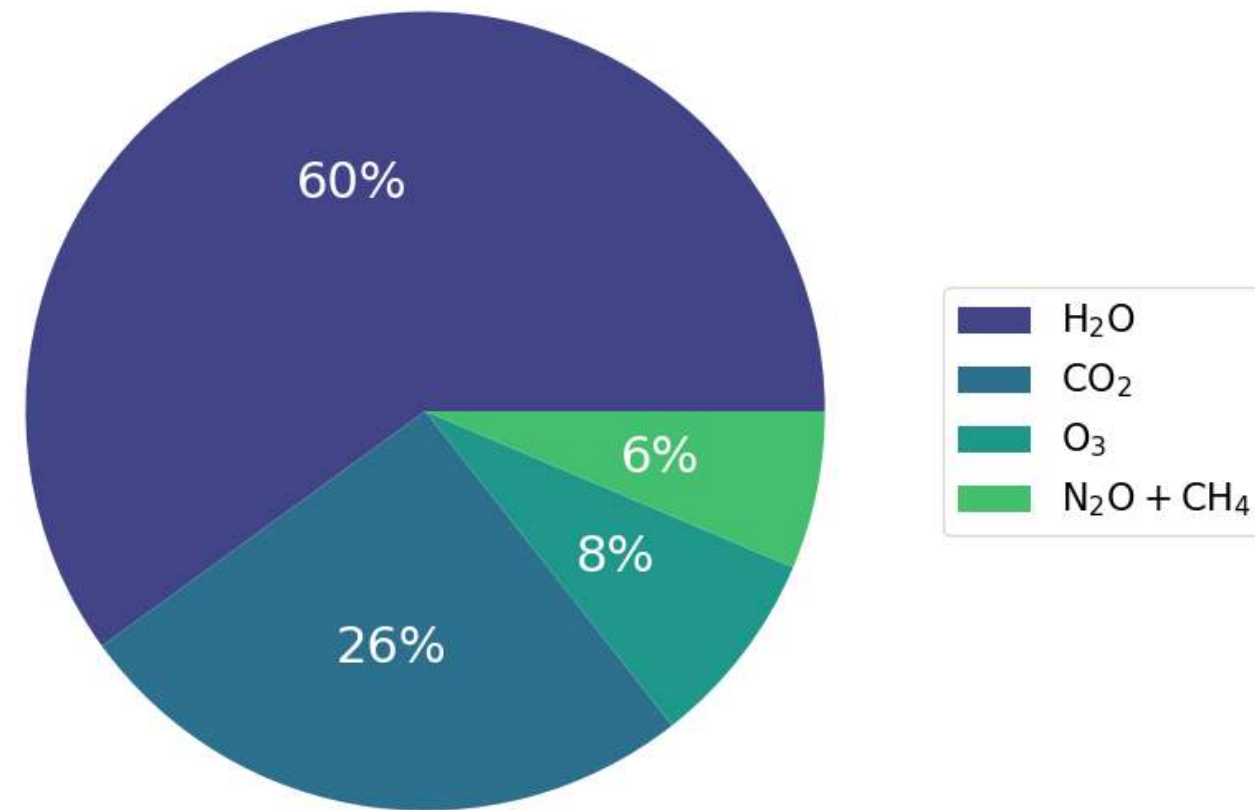
école _____
normale _____
supérieure _____
paris-saclay _____



Introduction

Notions préliminaires :

- Effet de serre
- Gaz à effet de serre (GES)



Partie 1
Calcul des spectres d'émission
quittant l'atmosphère terrestre



Partie 2
Bilan radiatif terrestre

Partie 1

Sommaire

Loi de Planck et loi de Stefan-Boltzmann

Hypothèses du modèle

Flux radiatif dirigé vers l'espace

Atmosphère composée de CO_2

Coefficient d'atténuation

Résolution

Atmosphère composée de vapeur d'eau

Différences

Résolution

Atmosphère composée du mélange des deux gaz

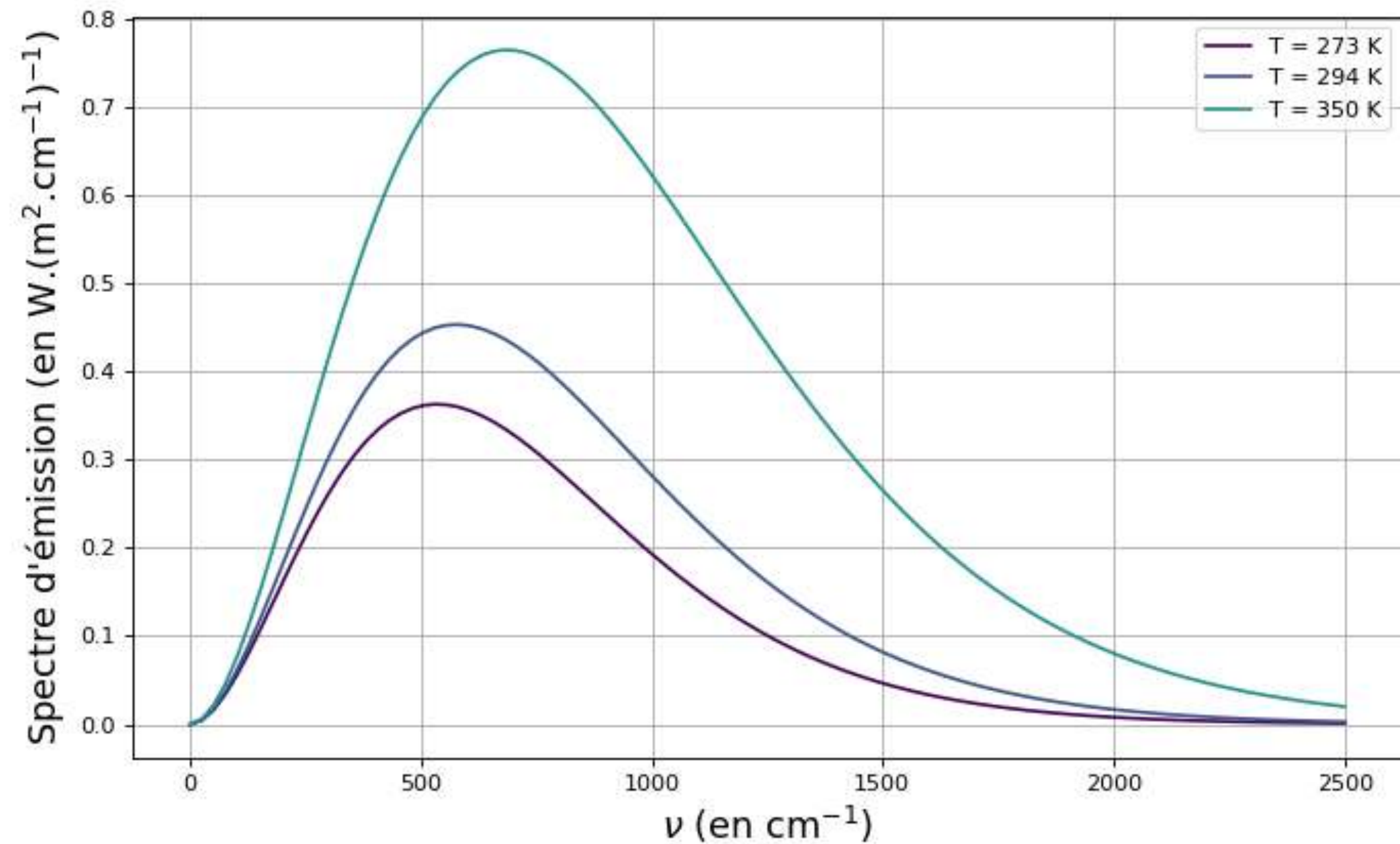
Flux radiatif dirigé vers la surface

Loi de Planck et loi de Stefan-Boltzmann

La loi de Planck s'écrit :

$$B(\nu, T) = 2\pi h \nu^3 c^2 \frac{1}{e^{\frac{ch\nu}{k_B T}} - 1} \text{ avec}$$

$$\begin{cases} h = 6,626 \times 10^{-34} \text{ m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-1} \\ c = 3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \\ k_B = 1,38 \times 10^{-23} \text{ m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{K}^{-1} \end{cases}$$



Où ν est le nombre d'onde, une grandeur inversement proportionnelle à la longueur d'onde.

$$\nu = \frac{1}{\lambda}$$

L'intégrale de la loi de Planck (en $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$) se calcule d'après la loi de Stefan-Boltzmann.

$$L = \sigma_{\text{SB}} T^4$$

Hypothèses du modèle

Moyenne spatiale :

$$z \in [0, Z_T]$$

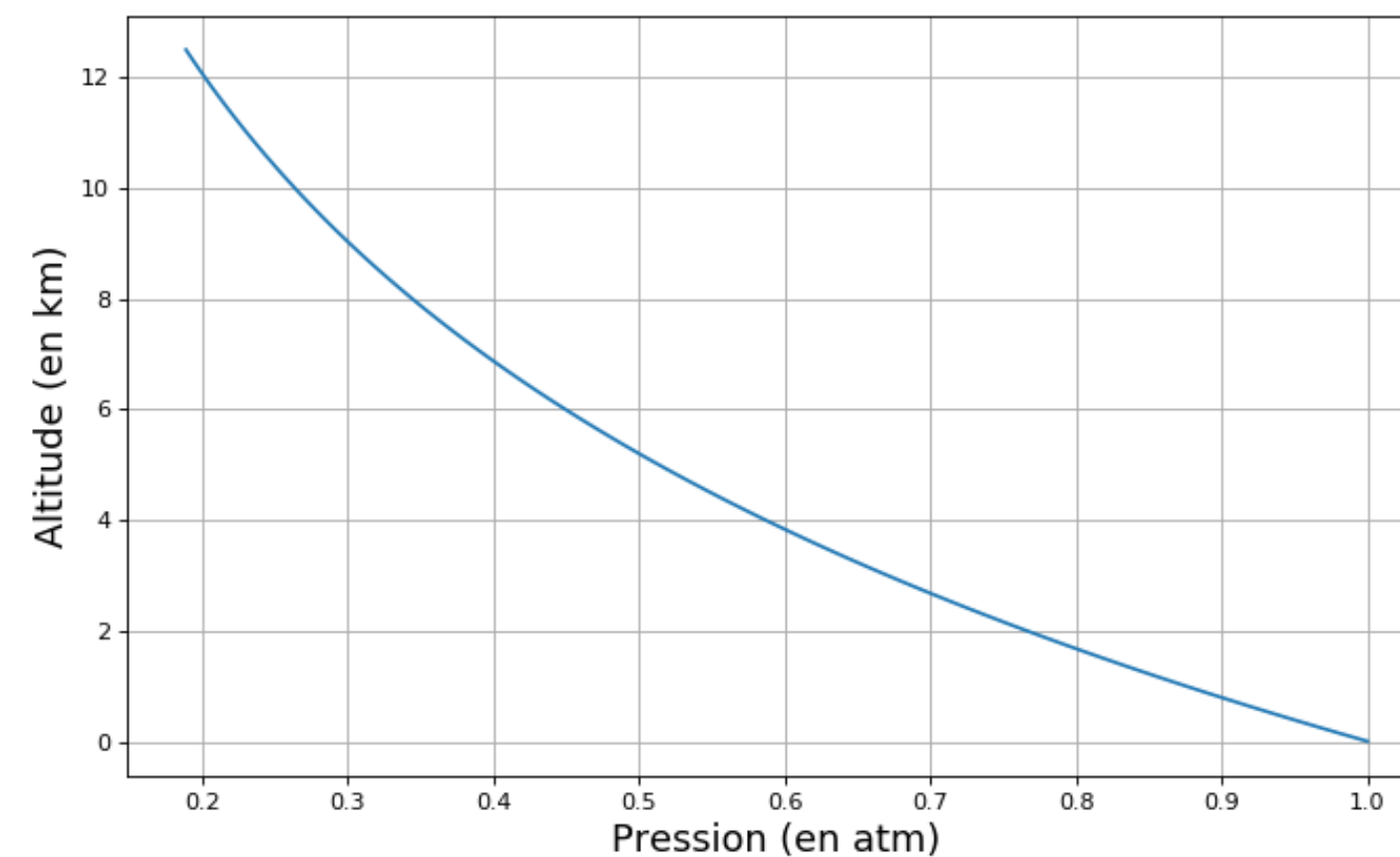
Avec $Z_T = 12,5$ km

Moyenne temporelle

Évolution de la pression :

$$p(z) = p_0 e^{-z/h_r}$$

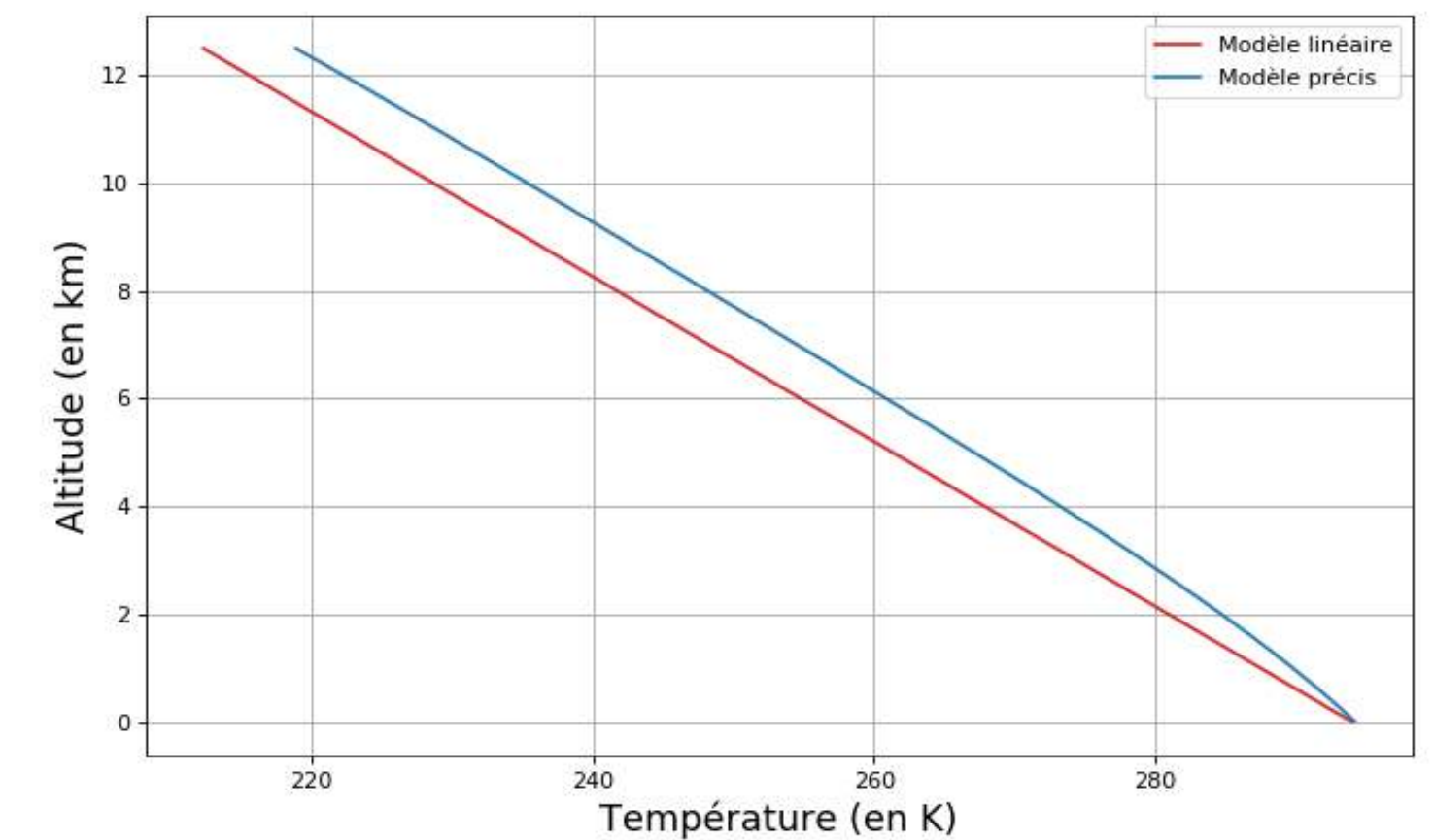
$$\text{Avec } \begin{cases} p_0 = 10^5 \text{ Pa} \\ h_r = 7,5 \text{ km} \end{cases}$$



Évolution linéaire de la température :

$$T(z) = T_{as} + \alpha \times z$$

$$\text{Avec } \begin{cases} T_{as} = 294 \text{ K} \\ \alpha = -6,532 \text{ K} \cdot \text{km}^{-1} \end{cases}$$



Flux radiatif dirigé vers l'espace (\uparrow)



Équation de transfert radiatif « vers le haut » :

$$\frac{dI_{\nu}^{(\uparrow)}}{dz} = -\alpha_{\nu}(z) \left(I_{\nu}^{(\uparrow)}(z) - B(\nu, T(z)) \right)$$

Cette section est décomposée en 3 parties :

- Atmosphère uniquement composée de dioxyde de carbone
- Atmosphère uniquement composée de vapeur d'eau
- Atmosphère composée du mélange des deux gaz

Simple model to estimate the contribution of atmospheric CO₂ to the earth's greenhouse effect - Derek Wilson

Coefficient d'atténuation α_ν

Expression du coefficient d'atténuation :

$$\alpha_\nu(z) = \sigma_{\text{CO}_2}(\nu) n_{\text{CO}_2}(z)$$

Nombre de molécule par mètre cube : $n_{\text{CO}_2}(z) = n_{0,\text{CO}_2} e^{-z/h_r}$

Avec $n_{0,\text{CO}_2} = X_{\text{CO}_2} \times 10^{-6} \frac{p_0 \mathcal{N}_a}{RT_0}$

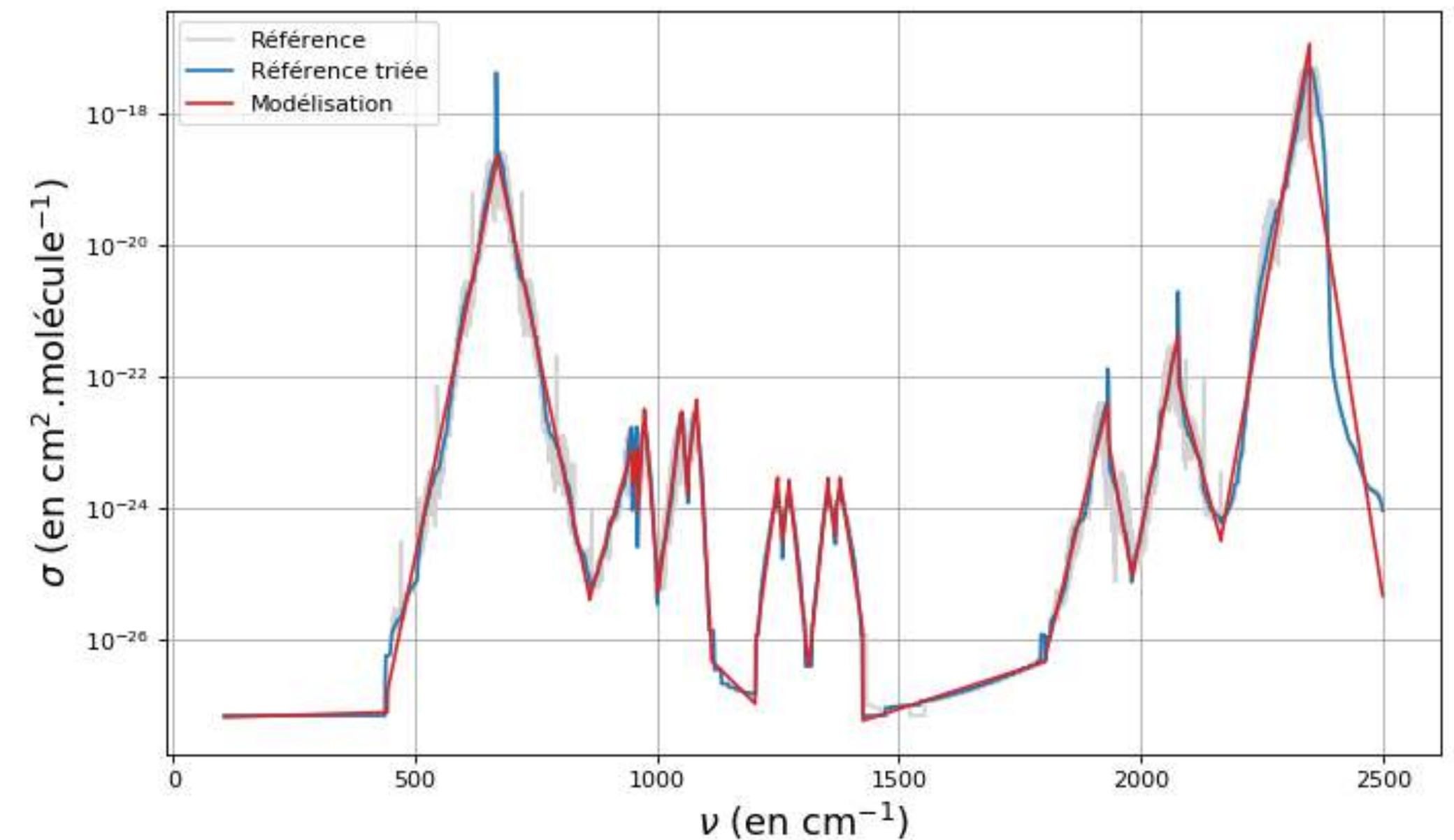
Et $\begin{cases} p_0 = 1 \times 10^5 \text{ Pa} \\ T_0 = 298,15 \text{ K} \\ \mathcal{N}_a = 6,022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1} \\ R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \end{cases}$

Prise en compte de l'élargissement par collision :

$$\tau(\nu) = \int_0^{Z_T} \sigma(\nu) \frac{p(z)}{p_0} n(z) dz \rightarrow n_{\text{CO}_2} = n_{0,\text{CO}_2} e^{-z/h_c}$$

Avec $h_c = \frac{h_r}{2}$

Modélisation de la section efficace σ_{CO_2}



Résolution de l'équation de transfert radiatif

$$\frac{dI_{\nu}^{(\uparrow)}}{dz} = -\alpha_{\nu}(z) (I_{\nu}^{(\uparrow)}(z) - B(\nu, T(z)))$$

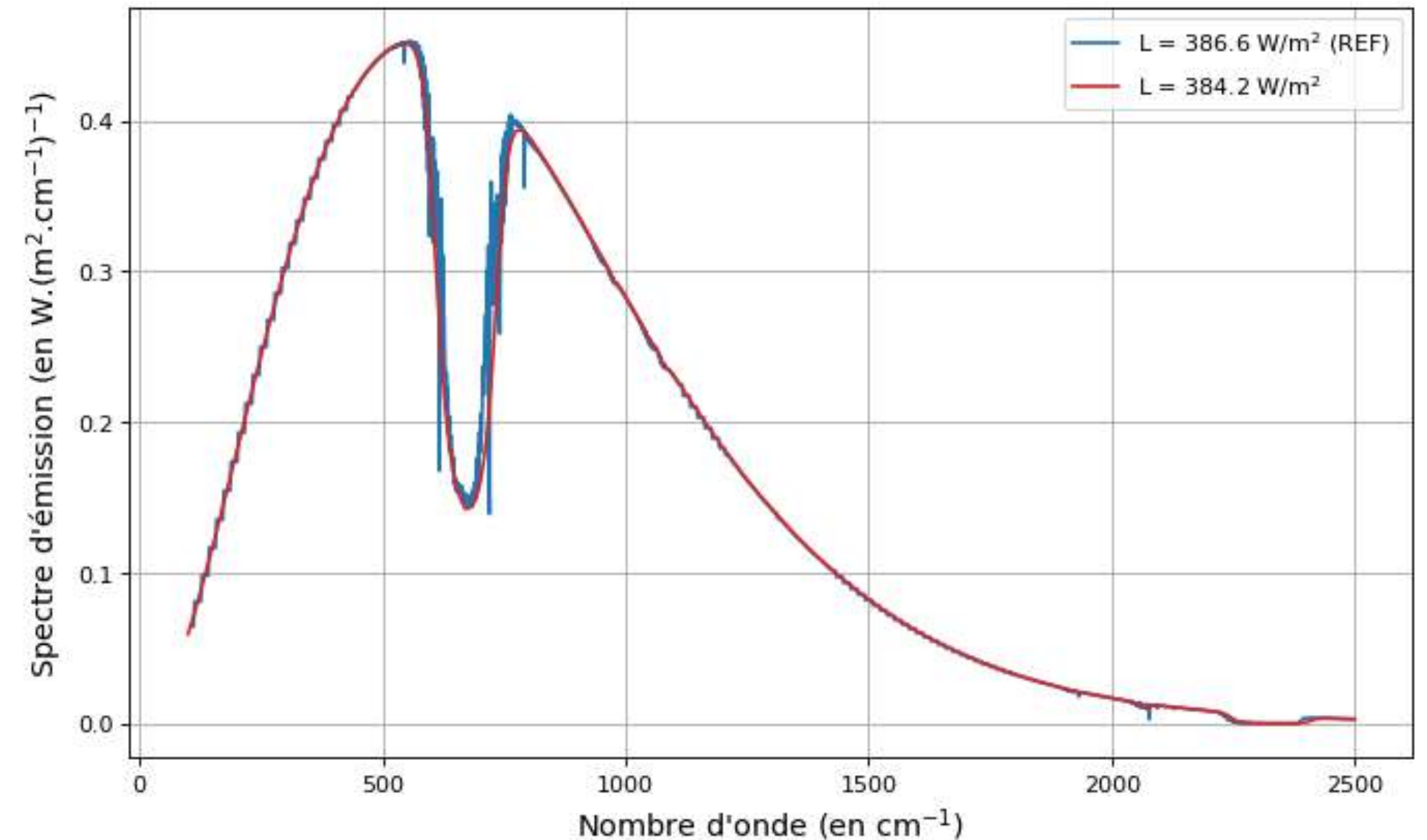
Après résolution :

$$I_{\nu}^{(\uparrow)}(Z_T) = I_{\text{surface}} + I_{\text{atmosphere}}^{(\uparrow)}$$

Avec

$$\begin{cases} I_{\text{surface}} = B(\nu, T_s) e^{-N_{\text{CO}_2}(1 - e^{-Z_T/h_c})} \\ I_{\text{atmosphere}}^{(\uparrow)} = \int_0^{Z_T} \left(\frac{N_{\text{CO}_2}}{h_c} e^{-z/h_r} B(\nu, T(z)) e^{N_{\text{CO}_2}(e^{-Z_T/h_c} - e^{z/h_c})} \right) dz \end{cases}$$

Et $N_{\text{CO}_2} = \sigma_{\text{CO}_2}(\nu) n_{0,\text{CO}_2} h_c$



La précision est très correcte, avec un écart relatif de 0,62 % .

Calcul dans le cas de la vapeur d'eau

Trois points différent par rapport au cas précédent.

Évolution de la concentration molaire :

$$x_{\text{H}_2\text{O}}(z) = x_{0,\text{REF}} f e^{-z/h_e}$$

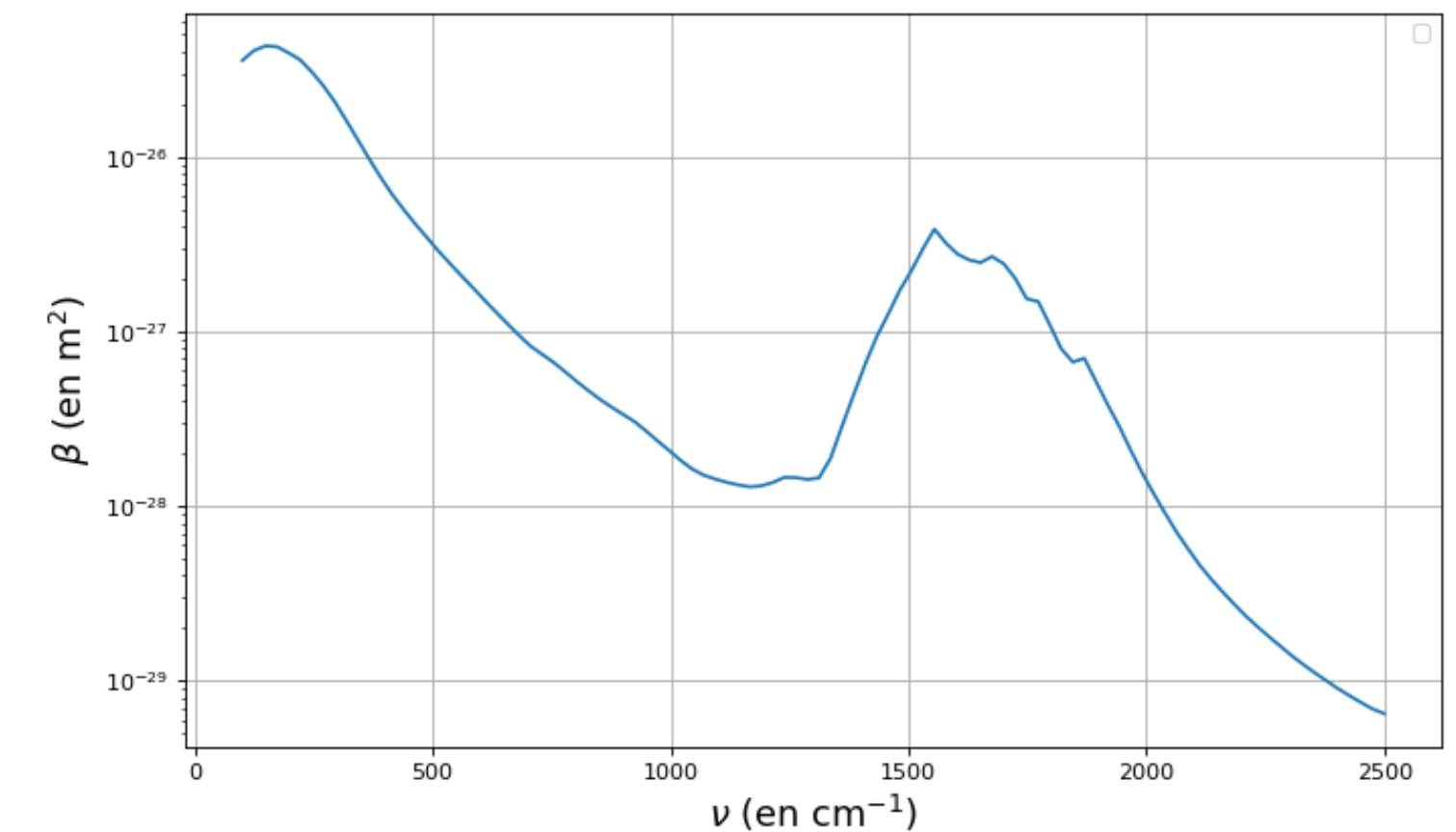
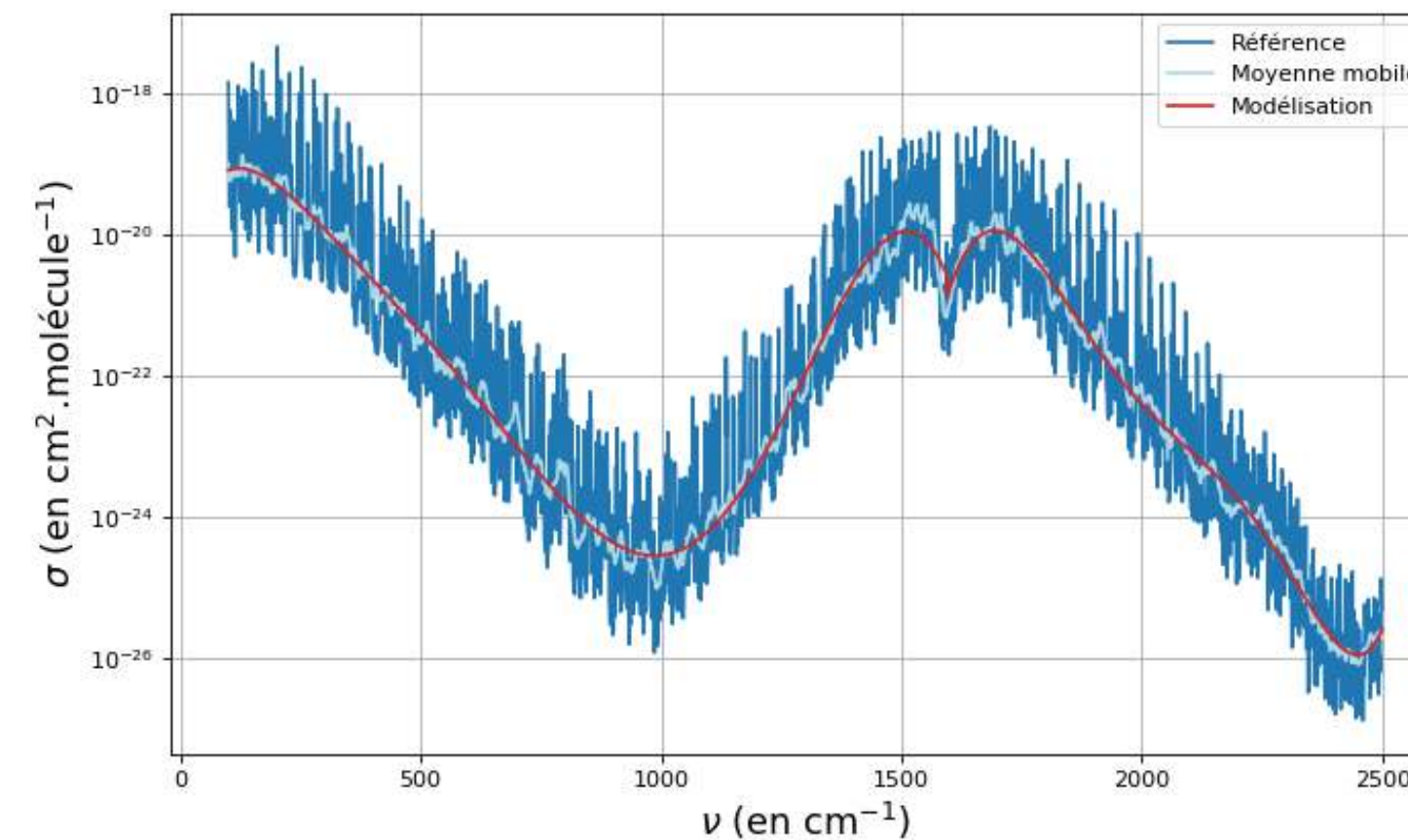
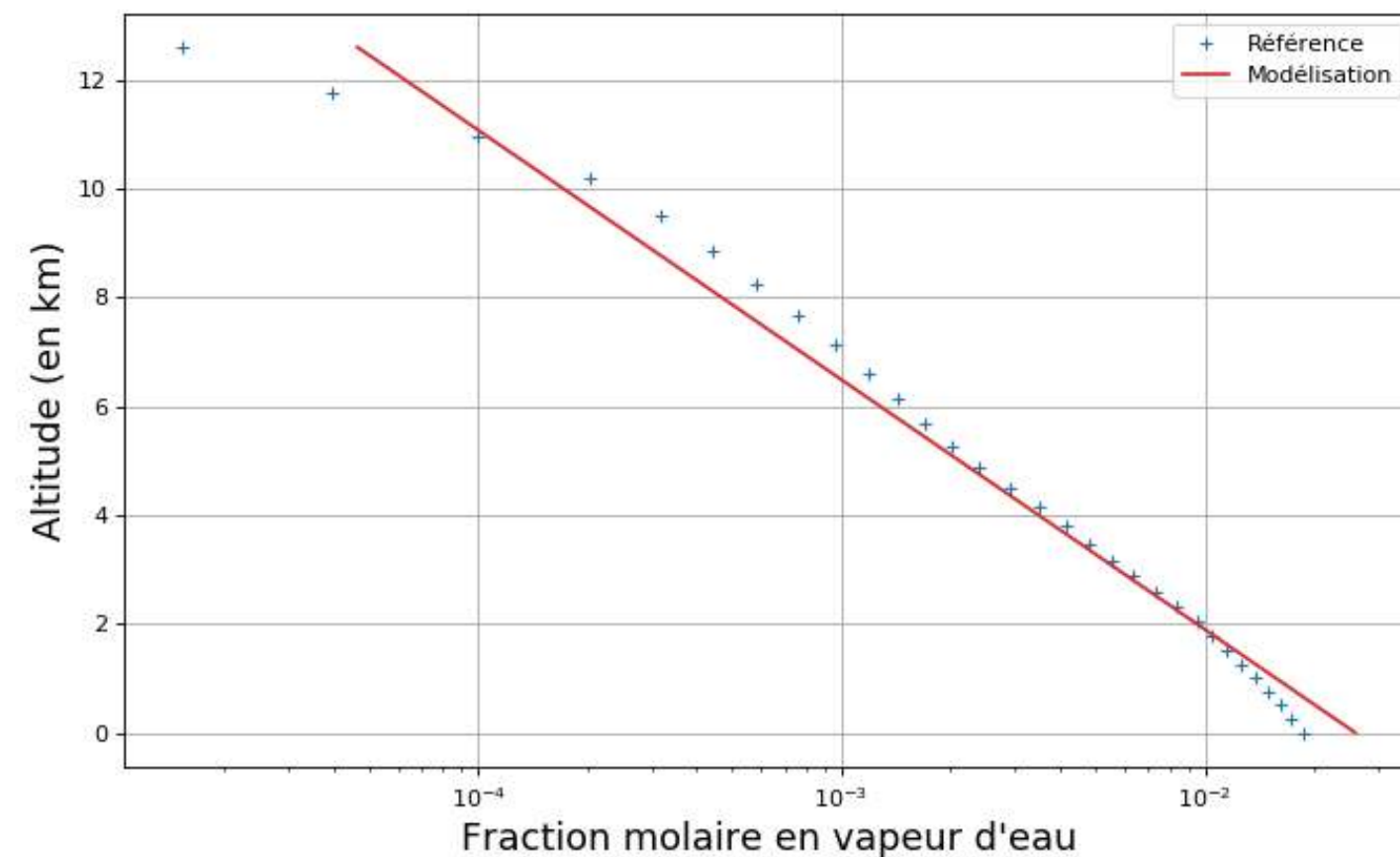
Avec $\begin{cases} x_{0,\text{REF}} = 0,028 \\ h_e = 1,99 \text{ km} \end{cases}$

Modélisation de la section efficace :
(régression polynomiale de la référence)

$$\sigma_{\text{H}_2\text{O,REF}}(z) = \frac{\tau_{\text{H}_2\text{O,REF}}(\nu)}{n_{0,\text{H}_2\text{O}} h_e (1 - e^{-Z_T/h_r})}$$

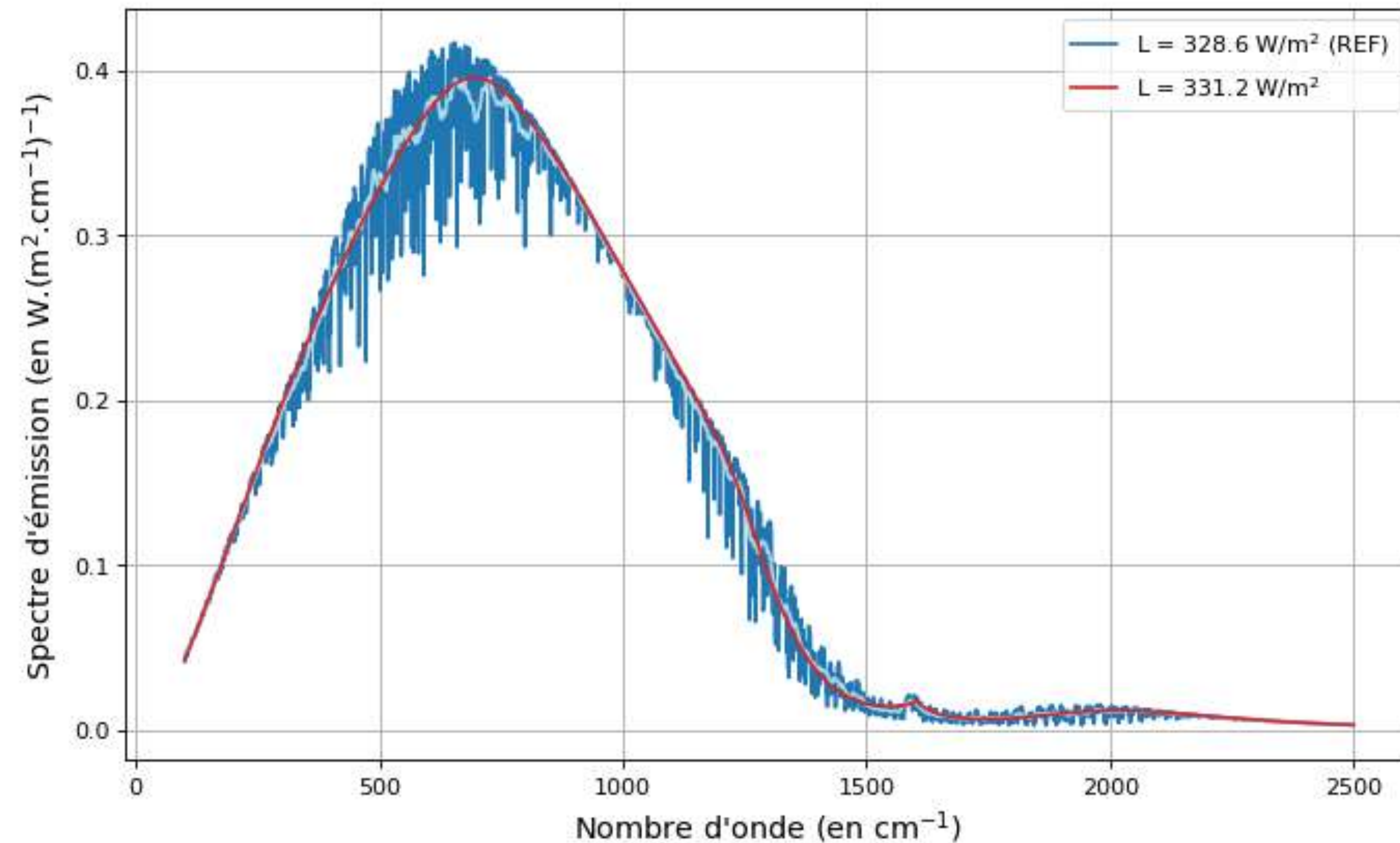
Prise en compte du continuum :

$$\sigma_{\text{H}_2\text{O,CYES}}(\nu) = \sigma_{\text{H}_2\text{O,CNO}}(\nu) + \beta(\nu) \times f$$



Résolution de l'équation de transfert radiatif

L'équation de transfert radiatif ainsi que sa résolution sont identiques au cas de l'atmosphère uniquement composé de CO₂.



En plus des trois changements évoqués, h_c est remplacé par h_x :

$$h_x = \frac{h_r h_e}{h_r + 2h_e}$$

À nouveau, la précision est très correcte, avec un écart relatif de 0,79 % .

Résolution dans le cas du mélange des deux gaz

$$\frac{dI_\nu^{(\uparrow)}}{dz} = -\alpha_\nu(z) (I_\nu^{(\uparrow)}(z) - B(\nu, T(z)))$$

Avec $\alpha_\nu(z) = \sigma_{\text{CO}_2}(\nu)n_{\text{CO}_2}(z) + \sigma_{\text{H}_2\text{O}}(\nu)n_{\text{H}_2\text{O}}(z)$

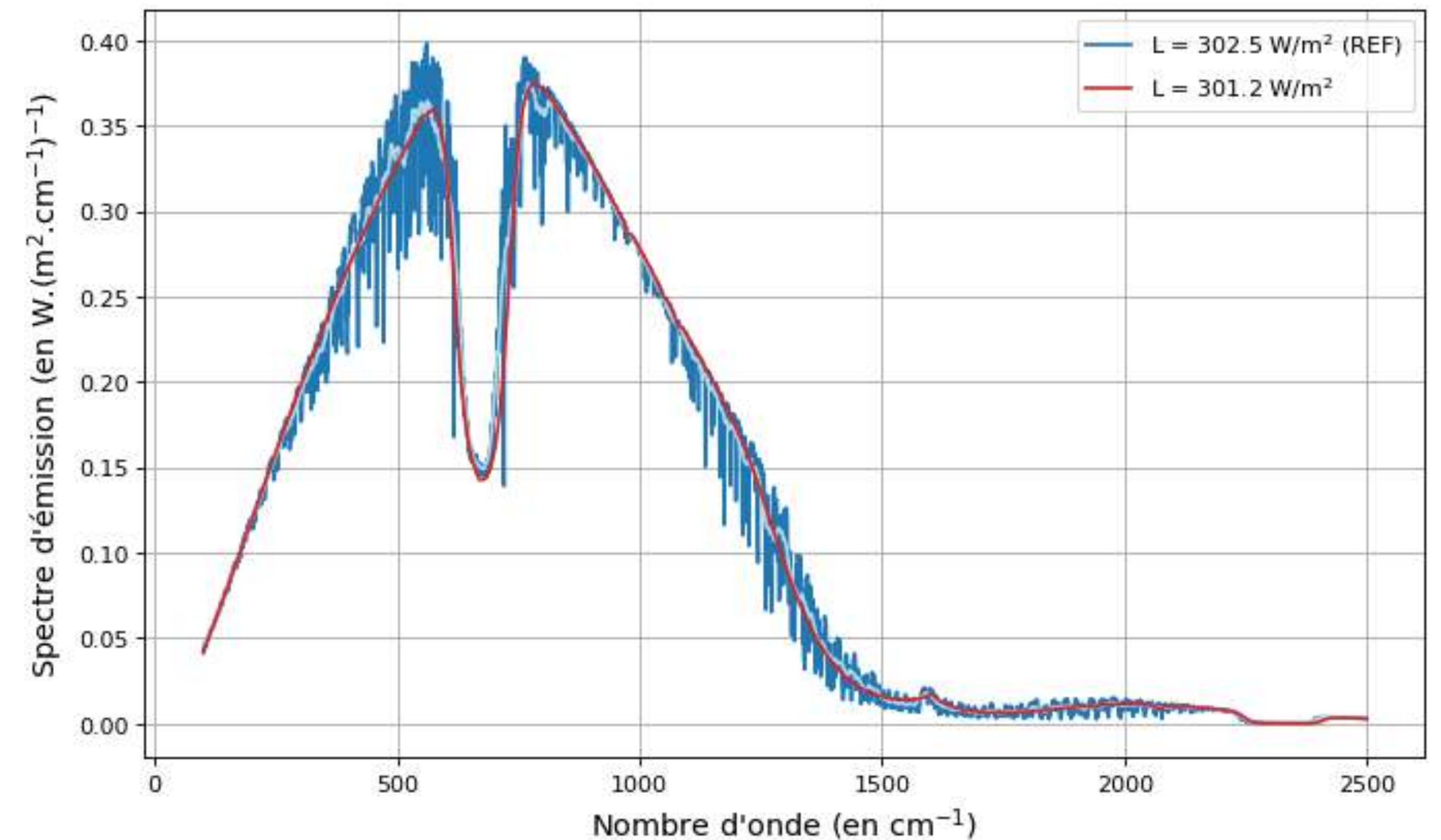
Après résolution :

$$I_\nu^{(\uparrow)}(Z_T) = I_{\text{surface}} + I_{\text{atmosphere}}^{(\uparrow)}$$

Avec

$$\begin{cases} I_{\text{surface}} = B(\nu, T_s) e^{-N_{\text{CO}_2}(1 - e^{-Z_T/h_c}) - N_{\text{H}_2\text{O}}(1 - e^{-Z_T/h_x})} \\ I_{\text{atmosphere}}^{(\uparrow)} = \int_0^{Z_T} \left(\alpha_\nu(z) B(\nu, T(z)) e^{N_{\text{CO}_2}(e^{-Z_T/h_c} - e^{zh_c}) + N_{\text{H}_2\text{O}}(e^{-Z_T/h_x} - e^{zh_x})} \right) dz \end{cases}$$

Et $\begin{cases} N_{\text{CO}_2} = \sigma_{\text{CO}_2}(\nu) n_{0,\text{CO}_2} h_c \\ N_{\text{H}_2\text{O}} = \sigma_{\text{H}_2\text{O}}(\nu) n_{0,\text{H}_2\text{O}} h_x \end{cases}$



Cette fois-ci, l'écart relatif est de 0,43 % .

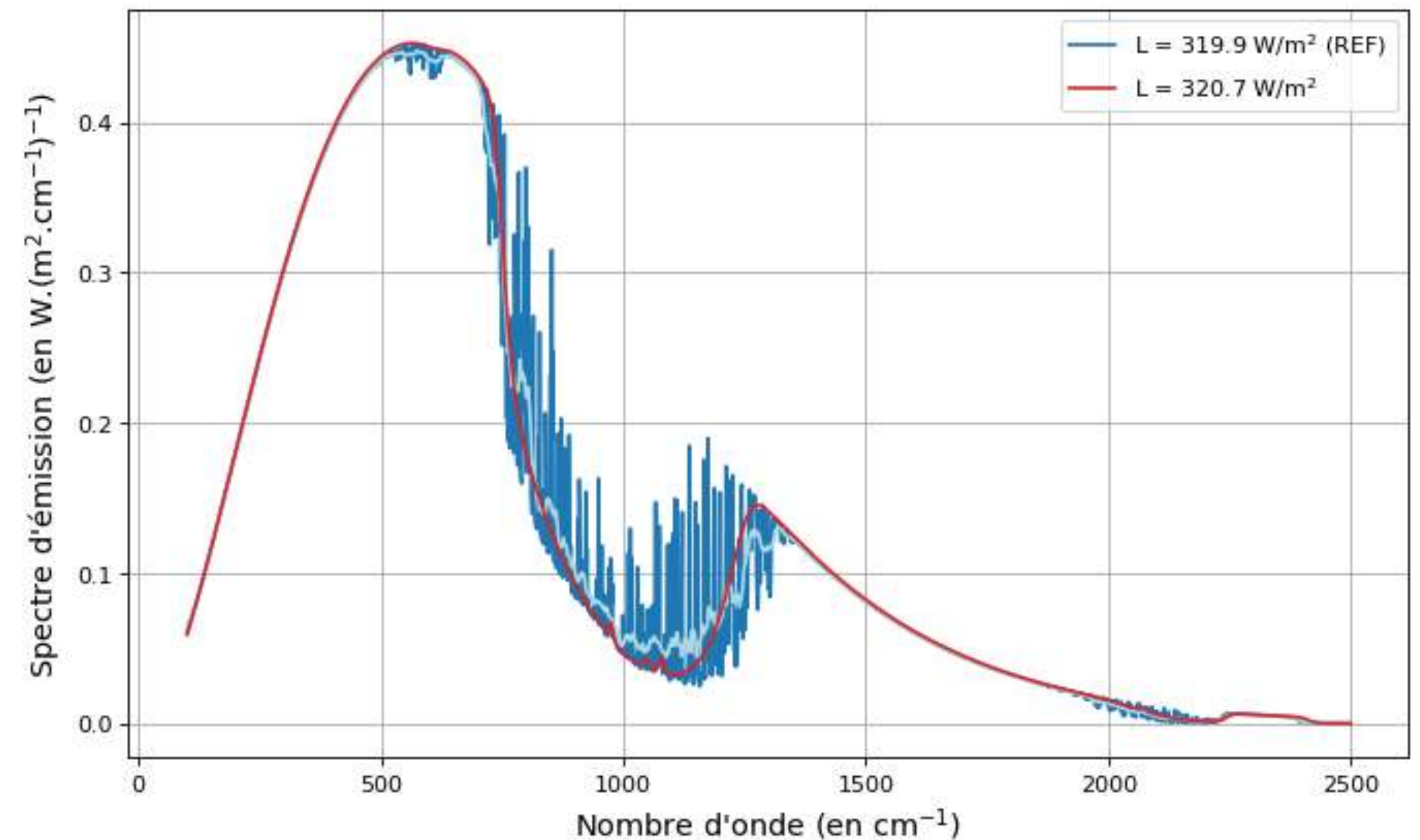
Flux radiatif dirigé vers la surface (\downarrow)

Équation de transfert radiatif « vers le bas » :

$$\frac{dI_{\nu}^{(\downarrow)}}{dz} = -\alpha_{\nu}(z) \left(I_{\nu}^{(\downarrow)}(z) - B(\nu, T(z)) \right)$$

Après résolution :

$$I_{\nu}^{(\downarrow)}(0) = \int_0^{Z_T} \left(\alpha_{\nu}(z) B(\nu, T(z)) e^{N_{\text{CO}_2}(e^{-z/h_c-1}) + N_{\text{H}_2\text{O}}(e^{-z/h_x-1})} \right) dz$$



Pour le flux arrivant à la surface, l'écart relatif est de 0,25 % .

Partie 2



Sommaire

Flux et bilans

Définition des variables d'état

Rétroactions climatiques

 Rétroaction sur l'albédo

 Rétroaction sur le gradient thermique

 Rétroaction sur la concentration en vapeur d'eau

Évolution de la température à la surface de la Terre

État d'équilibre

Exemples de deux scénarios

 Doublement instantané de X_{CO_2}

 Augmentation progressive de X_{CO_2}

Flux et bilans

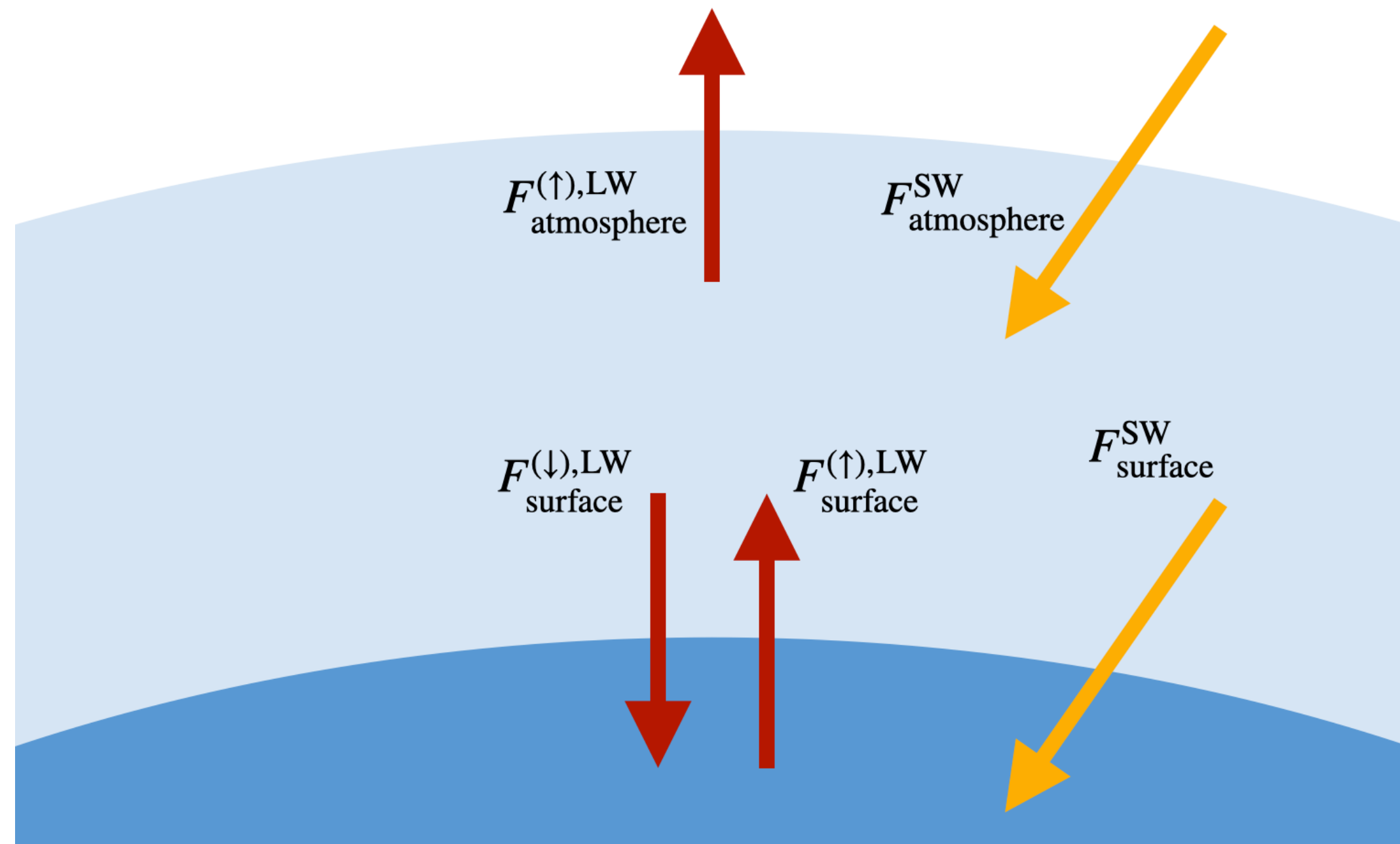


Schéma simplifié des différents flux radiatifs considérés.

Expression du flux solaire absorbé par la surface :

$$F_{\text{surface}}^{\text{SW}} = F_i \mathcal{T}_{\text{SW}} (1 - a)$$

Avec $\mathcal{T}_{\text{SW}} = e^{-\tau_{\text{SW}}}$ et $\tau_{\text{SW}} = \sqrt{4 \times \frac{M_{\text{H}_2\text{O}} n_{0, \text{H}_2\text{O}} h_e}{\mathcal{N}_a} (1 - e^{-Z_T/h_e})}$

Expression du flux solaire absorbé par l'atmosphère :

$$F_{\text{atmosphere}}^{\text{SW}} = F_i \mathcal{A}_{\text{SW}} (1 + \mathcal{T}_{\text{SW}} a)$$

Avec $\mathcal{A}_{\text{SW}} = 1 - \mathcal{T}_{\text{SW}}$

Définitions des variables d'état

On utilise différentes variables d'état.

Température de surface et de bas d'atmosphère :

Pour la suite, on fixe $T_s = T_{as}$.

$$\text{Et } T_s^{(k+1)} = T_s^{(k)} + \delta T \quad \text{avec} \quad \delta T = \frac{B_{\text{surface}} + B_{\text{atmosphère}}}{C_{\text{surface}} + C_{\text{atmosphère}}} \delta t$$

Paramètres de concentration en vapeur d'eau :

$$\begin{aligned} &\rightarrow f \\ &\rightarrow h_e \end{aligned}$$

Obtenus à partir de $n_{\text{H}_2\text{O}}(z)$

Gradient thermique vertical :

$$\Gamma(z) = \frac{dT(z)}{dz}$$

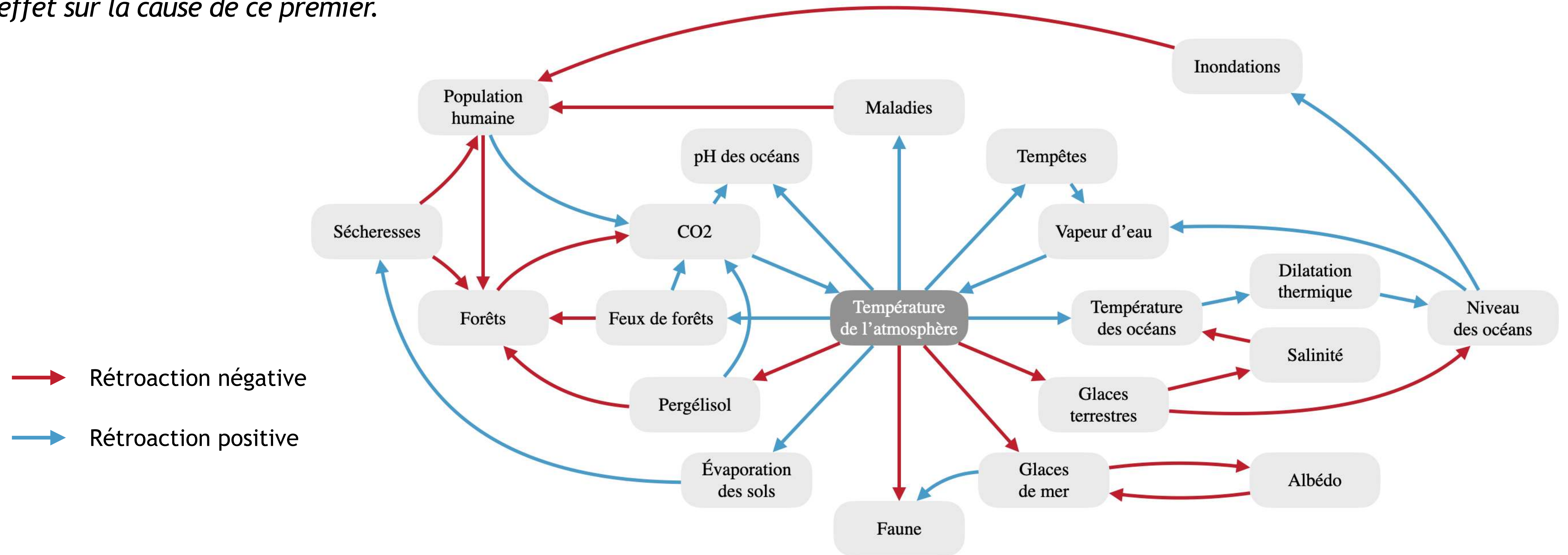
$$\text{D'où } T(z) = T_{as} + \int_0^z \Gamma(u) du$$

Albédo terrestre :

Fraction du flux solaire réfléchi par la surface de la Terre, on le note a .

Rétroactions climatiques

Phénomène par lequel un effet sur le climat induit un autre effet sur la cause de ce premier.



Rétroaction sur l'albédo

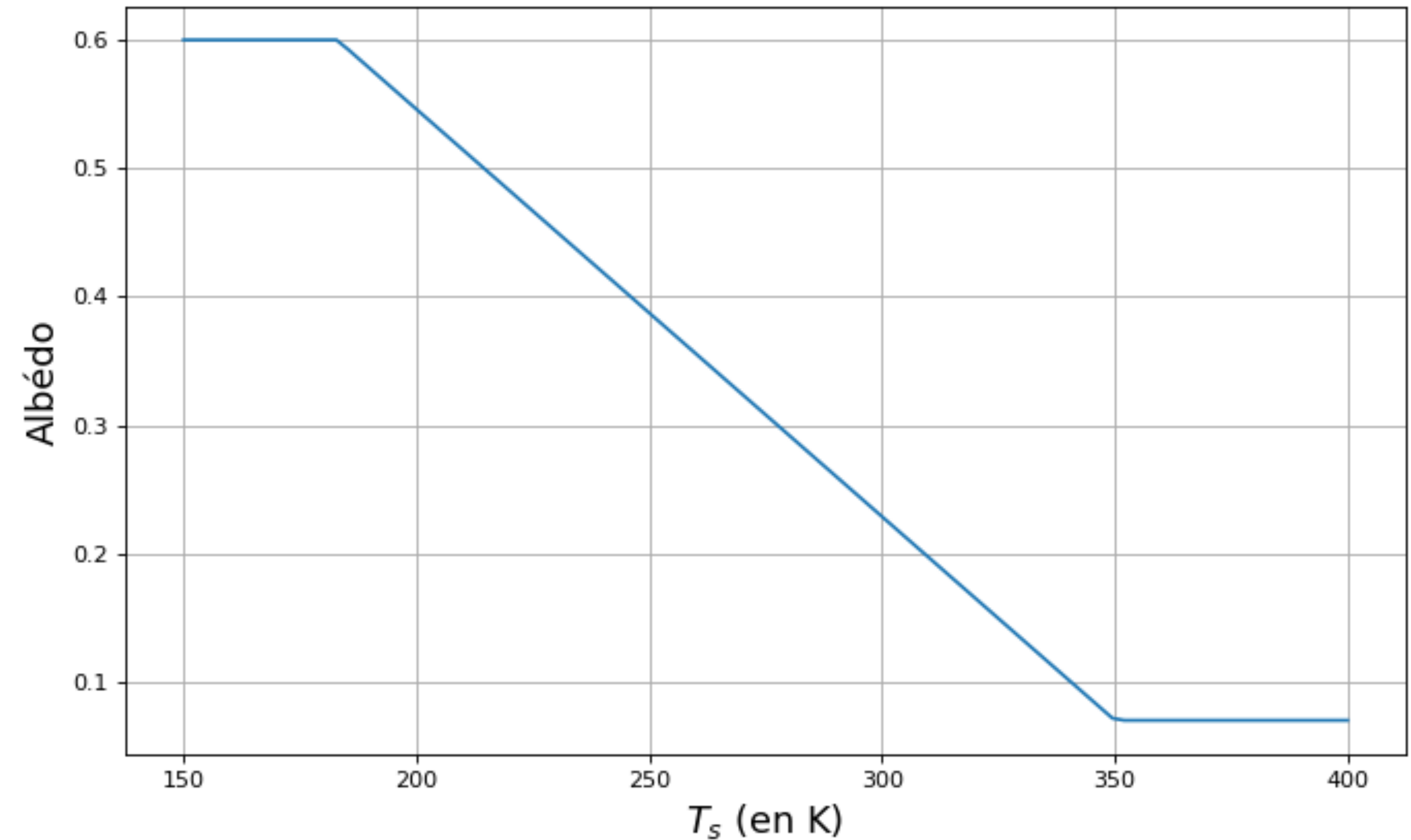
L'augmentation des températures induit la fonte des glaces et de la neige.

Modélisation de $a(T_s)$:

$$a(T_s) = \min \left(a_{\max}, \max \left(a_{\min}, p \times T_s + q \right) \right)$$

Avec

$$\begin{cases} a_{\min} = 0,07 \\ a_{\max} = 0,6 \\ p = -3,1736 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1} \\ q = 1,1808 \end{cases}$$



Rétroaction sur le gradient thermique vertical

Modélisation de $\Gamma(z)$:

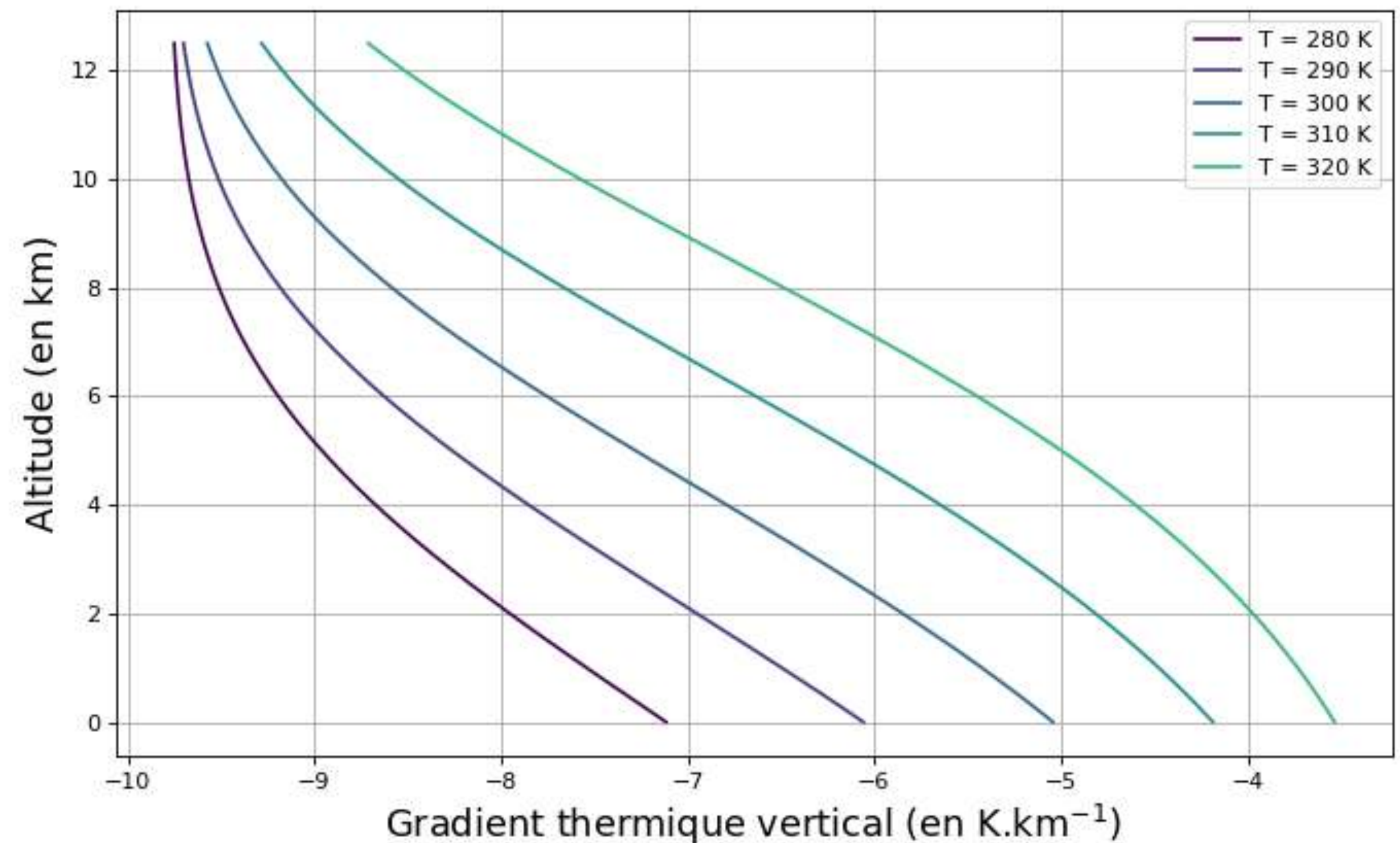
$$\Gamma(z) = -g \frac{R_{sd}T^2 + H_v r T}{c_{pd}R_{sd}T^2 + h_v r \varepsilon} \times 10^3$$

Avec

$R_{sd} = 287 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	(Constante spécifique de l'air sec)
$R_{sw} = 461,5 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	(Constante spécifique de la vapeur)
$H_v = 2\,501\,000 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$	(Chaleur latente de vaporisation)
$c_{pd} = 1003,5 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	(Chaleur spécifique de l'air sec)
$r = \text{HR } r_{sat}$	(Rapport de mélange)
$\varepsilon = \frac{R_{sd}}{R_{sw}} = 0,622$	

Et

$$r_{sat}(z, T) = \varepsilon \frac{\exp\left(13,7 + \frac{5120}{T}\right)}{e^{-z/h_r} - \exp\left(13,7 + \frac{5120}{T}\right)}$$



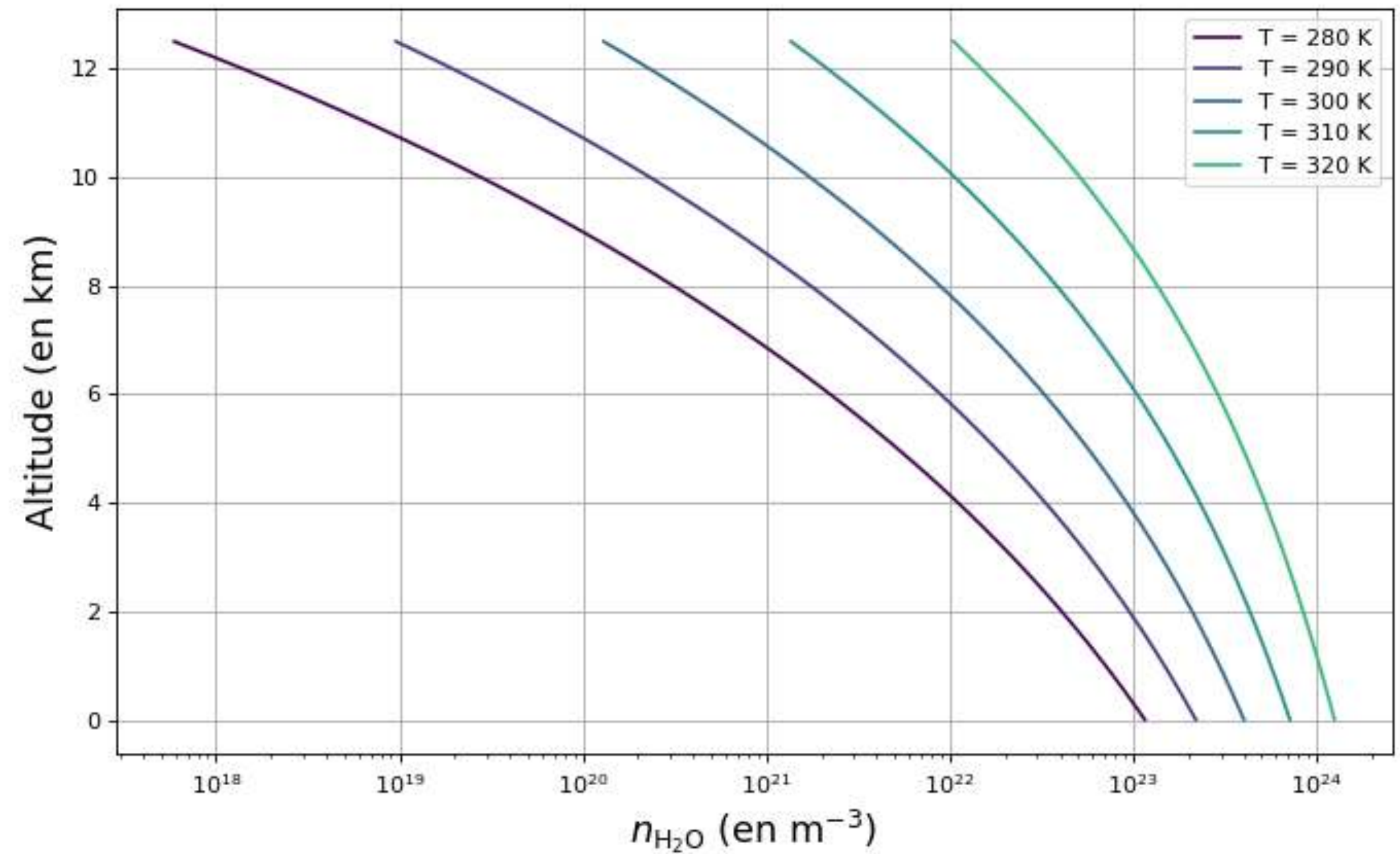
Rétroaction sur la concentration en vapeur d'eau

Modélisation de $n_{\text{H}_2\text{O}}(z, T)$:

$$n_{\text{H}_2\text{O}}(z, T) = \frac{\varepsilon \text{ HR}}{M_{\text{H}_2\text{O}}} \mathcal{N}_a \times \frac{\exp\left(13,7 + \frac{5120}{T}\right)}{e^{-z/h_r} - \exp\left(13,7 + \frac{5120}{T}\right)} \rho_{0,as} e^{-z/h_r}$$

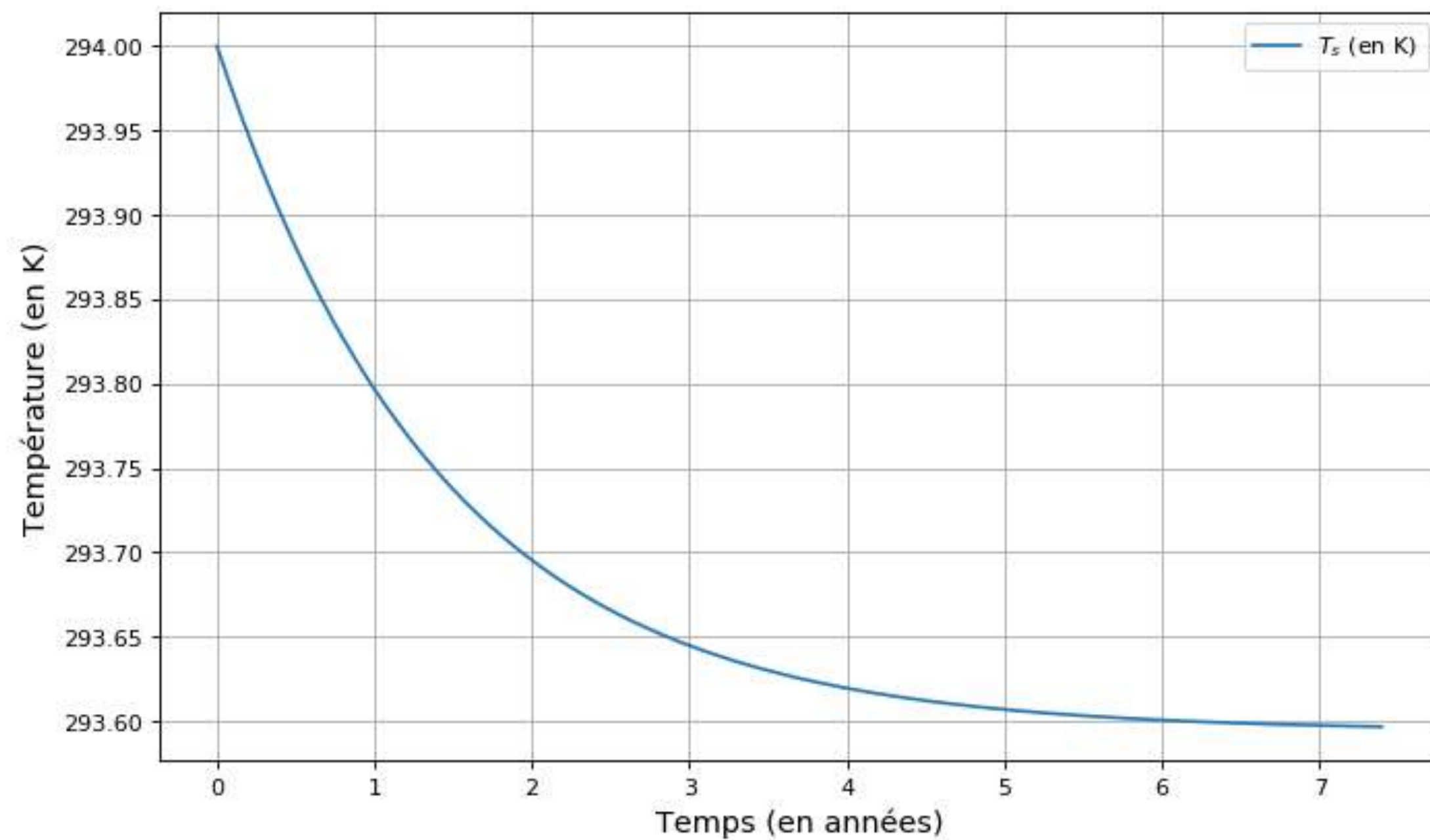
Avec

$M_{\text{H}_2\text{O}} = 18 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$	(Masse molaire de l'eau)
$\mathcal{N}_a = 6,022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$	(Constante d'Avogadro)
$\rho_{0,as} = 1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$	(Masse volumique de l'air sec)

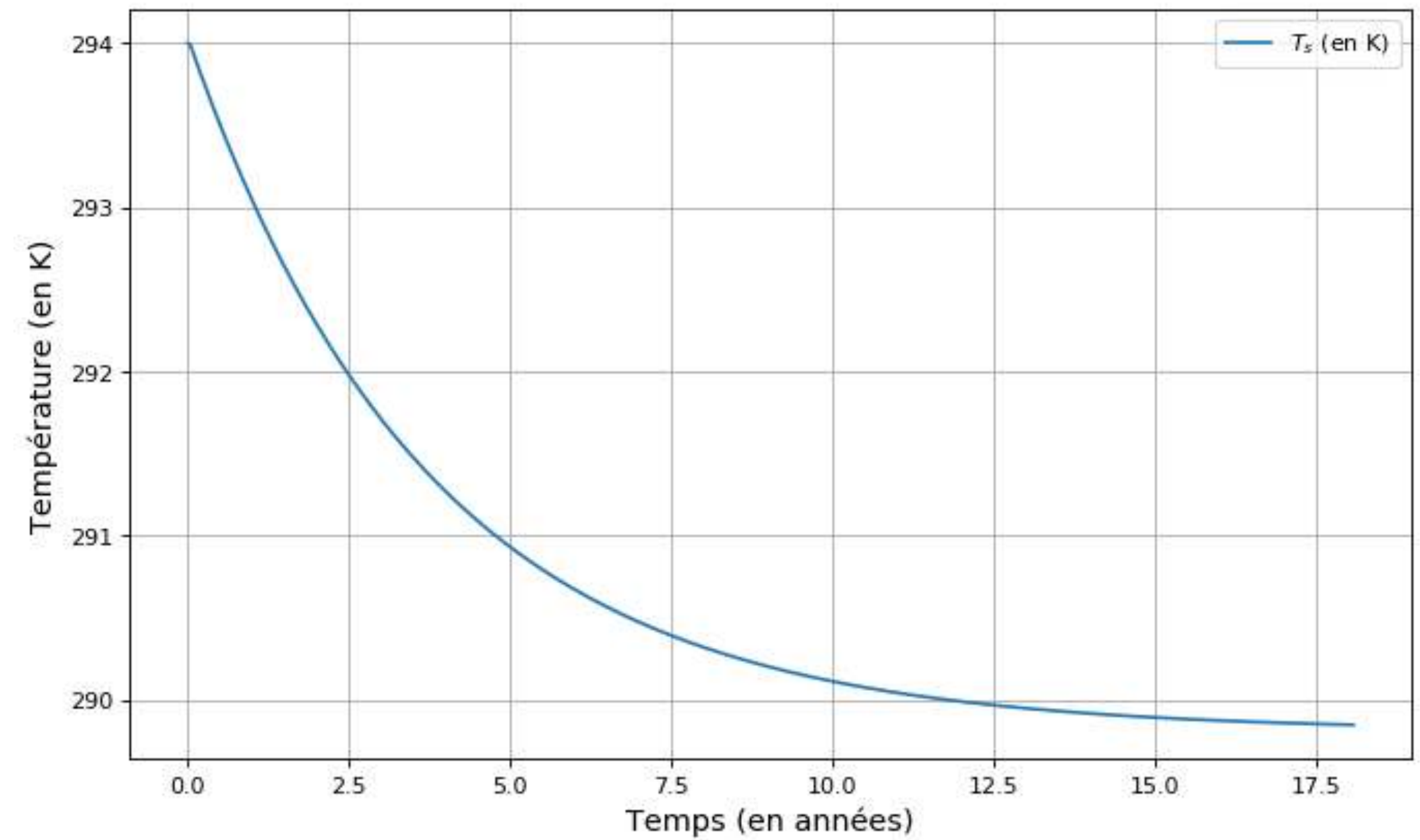


Évolution de T_s jusqu'à l'équilibre

Évolution de T_s sans rétroactions climatiques



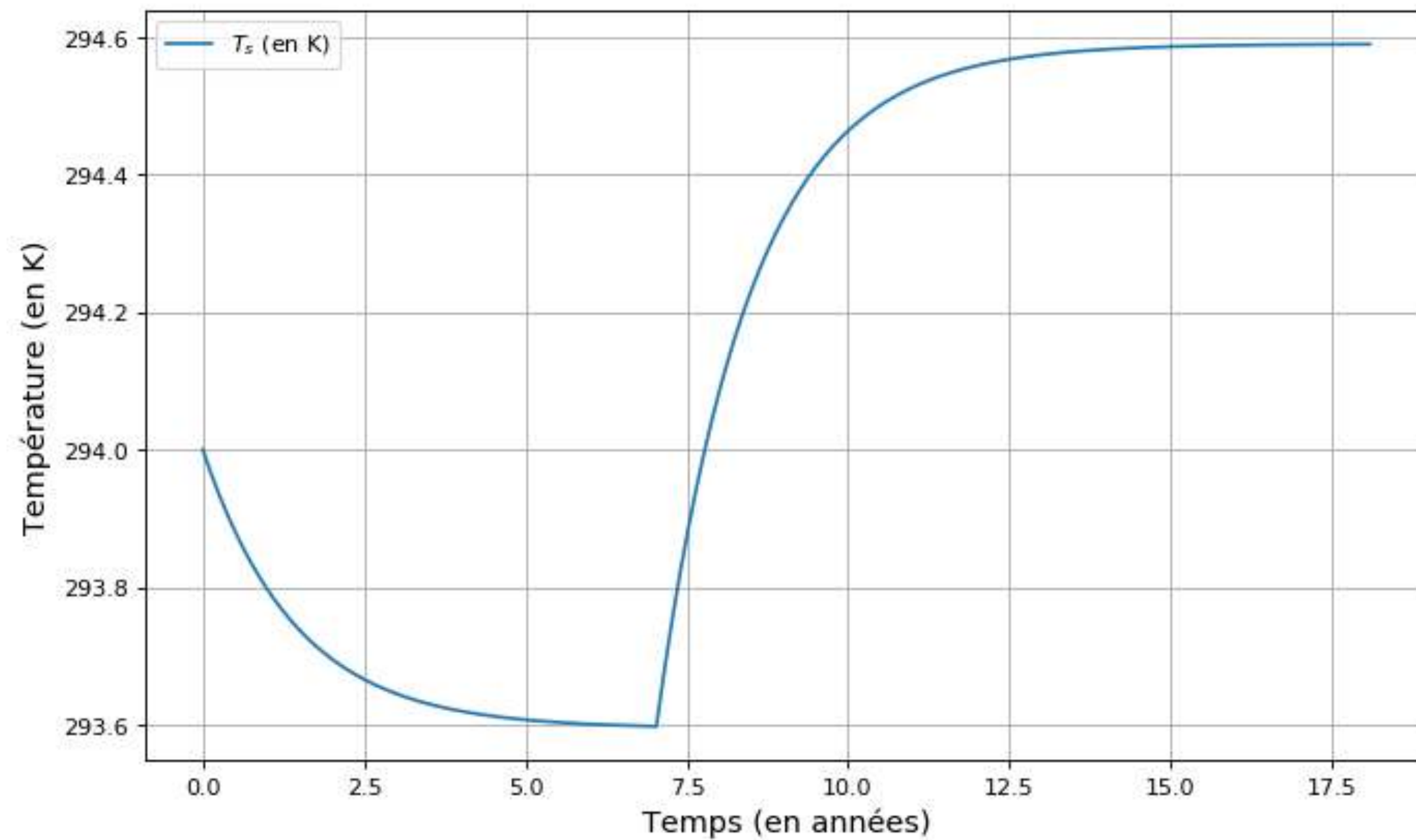
Évolution de T_s avec rétroactions climatiques



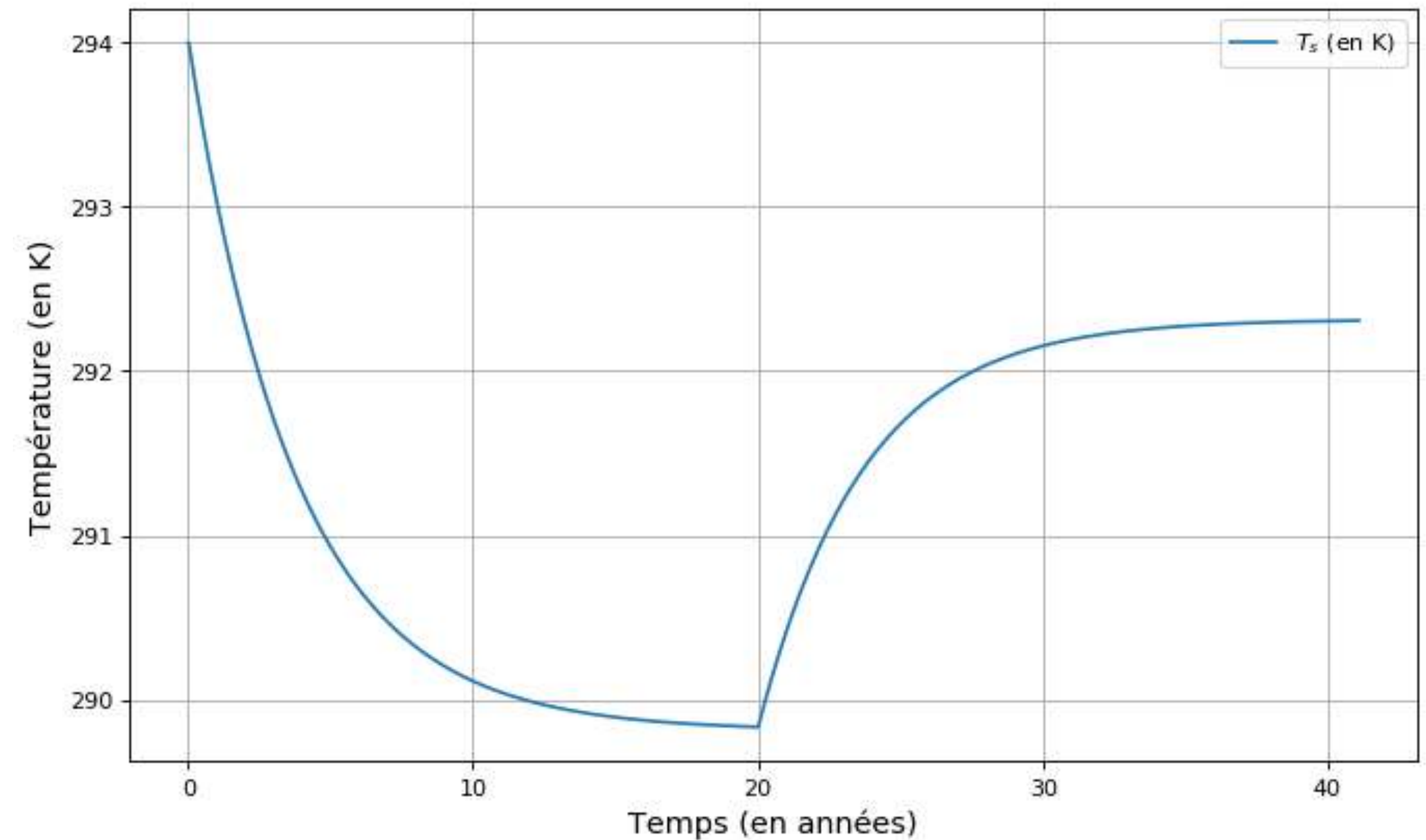
Premier scénario climatique

Doublement instantané de la concentration en CO_2 : $X_{\text{CO}_2}(t > t^*) = 2 \times X_{\text{CO}_2}(t = 0)$

Évolution de T_s sans rétroactions climatiques



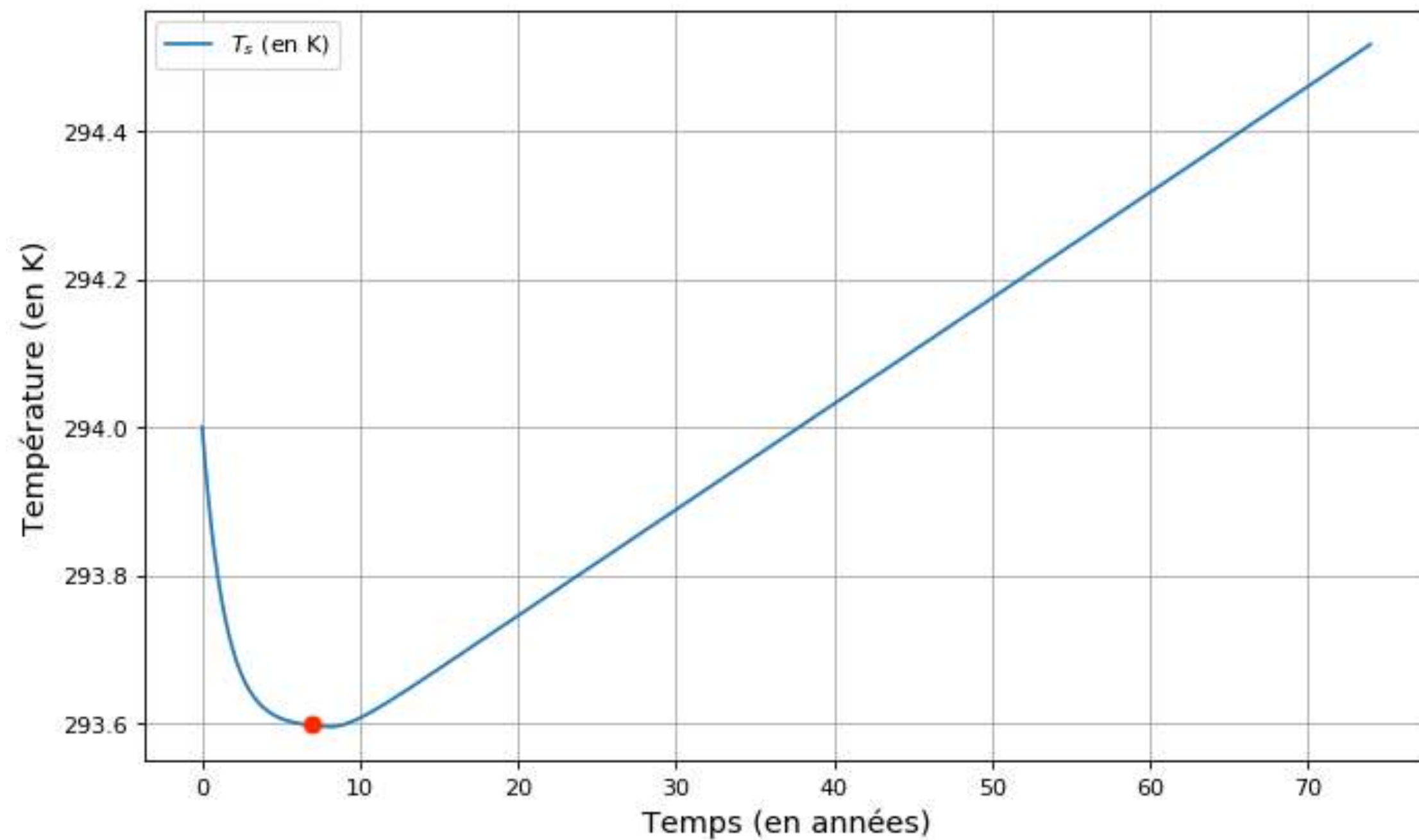
Évolution de T_s avec rétroactions climatiques



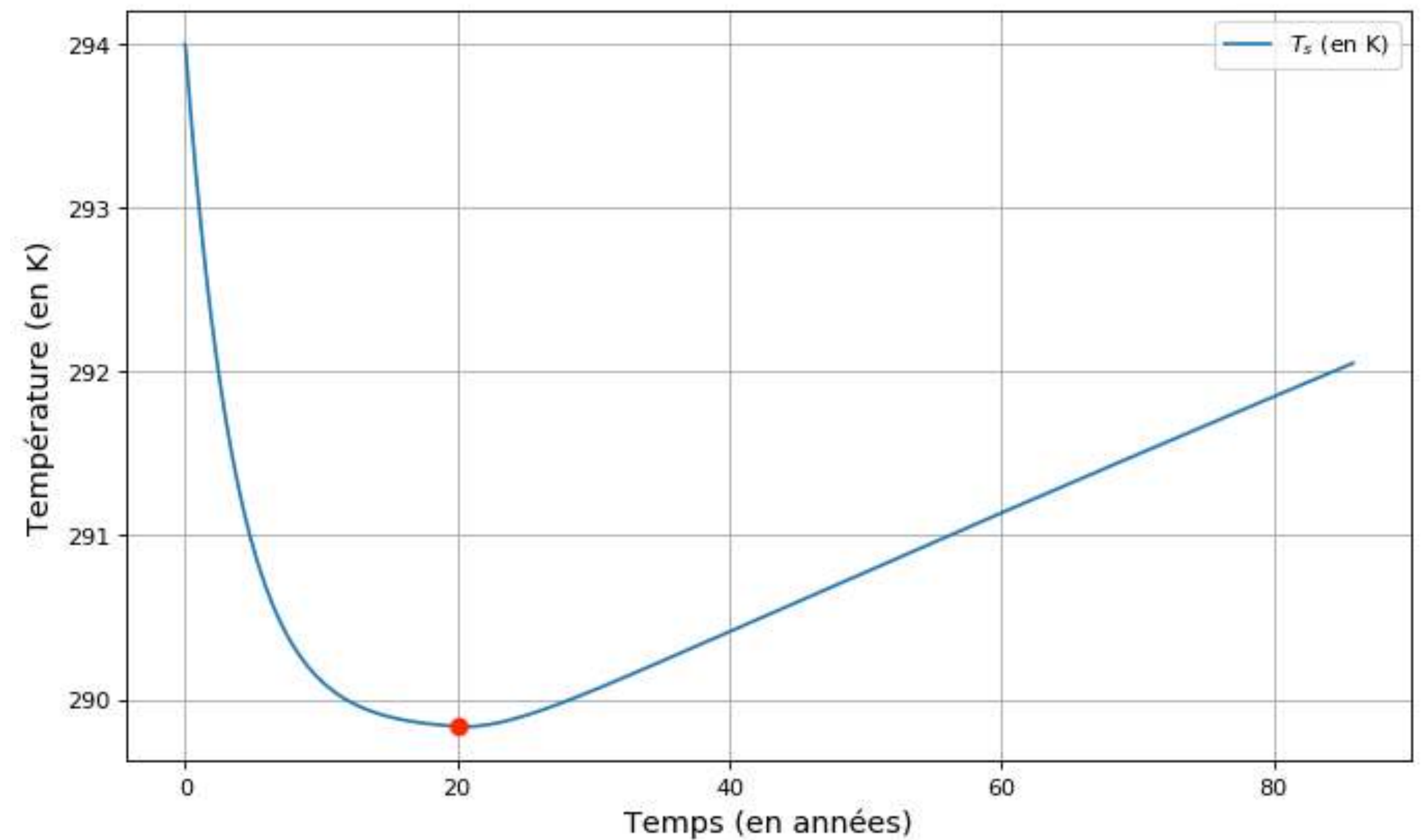
Second scénario climatique

Augmentation de la concentration en CO_2 de 1% par an : $X_{\text{CO}_2}(t) = X_{\text{CO}_2}(t^*) \times 1,01^{(t-t^*)}$

Évolution de T_s sans rétroactions climatiques



Évolution de T_s avec rétroactions climatiques



Conclusion

Programmes au format Jupyter Notebook.



©NASA

Partie 1 : Spectres de luminance des rayonnements atmosphériques André Mounier

Dans cette première partie, nous allons calculer les spectres de luminances des rayonnements atmosphériques : le flux radiatif sortant de l'atmosphère en direction de l'espace et le flux radiatif émis vers la surface.

Dans ce fichier, on se contente de résoudre l'équation de transfert radiatif :

$$\frac{dI_\nu}{dz} = -\alpha_\nu(z) (I_\nu(z) - B_\nu(z, T(z)))$$

Avec

- I_ν : Luminance spectrale en $W \cdot (m^2 \cdot cm^{-1})^{-1}$
- α_ν : Coefficient d'atténuation, sans unité
- B : Loi de Planck en $W \cdot (m^2 \cdot cm^{-1})^{-1}$

Table des matières

- [Importation des modules et fonction utile](#)
- [Importation des constantes](#)
- [Modélisation de la température](#)
- [Liste de flux](#)




©NASA

Partie 2 : Bilans radiatifs et évolution des températures André Mounier

Dans ce second fichier, nous allons réaliser différents bilans afin de modéliser l'évolution de la température en prenant en compte les effets de différentes grandeurs.

Nous allons donc considérer différentes variables d'état qui vont influencer sur différents flux.

Listes des variables d'états considérées :

- Concentration en CO_2 (en ppmv)
- Facteur de concentration en vapeur d'eau f
- Hauteur caractéristique de décroissance en vapeur d'eau h_v
- Température à la surface de la Terre T_s
- Température en bas de l'atmosphère T_{25}
- Gradient thermique vertical $\frac{dT}{dz}$
- Albédo terrestre α

Listes des flux radiatifs pris en compte :

- Rayonnement infrarouge émis de par la surface vers l'atmosphère : $F_{surface}^{(1), LW}$
- Rayonnement infrarouge sortant de l'atmosphère vers l'espace : $F_{atmosphère}^{(1), LW}$



<https://nc.ens-paris-saclay.fr/s/96awR75A3KyTRtd>

Bibliographie

- (1) Jean-Louis Dufresne. L'effet de serre atmosphérique : plus subtil qu'on ne le croit ! *La Météorologie*, 72, 2011.
- (2) Jean-Louis Dufresne. Greenhouse effect : The relative contributions of emission height and total absorption. *Journal of Climate*, 33, 2020.
- (3) R.A. McClatchey. Optical properties of the atmosphere. *Environmental Research Papers*, 354, 1971.
- (4) Derek Wilson. Simple model to estimate the contribution of atmospheric CO₂ to the earth's greenhouse effect. *American Journal of Physics*, 80, 2012.
- (5) N.A. Scott. A fast line-by-line method for atmospheric absorption computations. *Journal of Applied Meteorology*, 20, 1981.
- (6) Andrew Lacis. A description of the correlated k distribution method for modeling nongray gaseous absorption, thermal emission, and multiple scattering in vertically inhomogeneous atmospheres. *Journal of Geophysical Research*, 96, 1991.
- (7) Raymond Pierrehumbert. Principles of planetary climate. 2009.
- (8) Keith Shine. The water vapour continuum : Brief history and recent developments. *Springer Science*, 2012.
- (9) Al Gore. An inconvenient truth. 2006.
- (10) American Meteorological Society. Saturation adiabatic lapse rate. *Glossary*, 2012.