

Modèles simples de la Variabilité Climatique

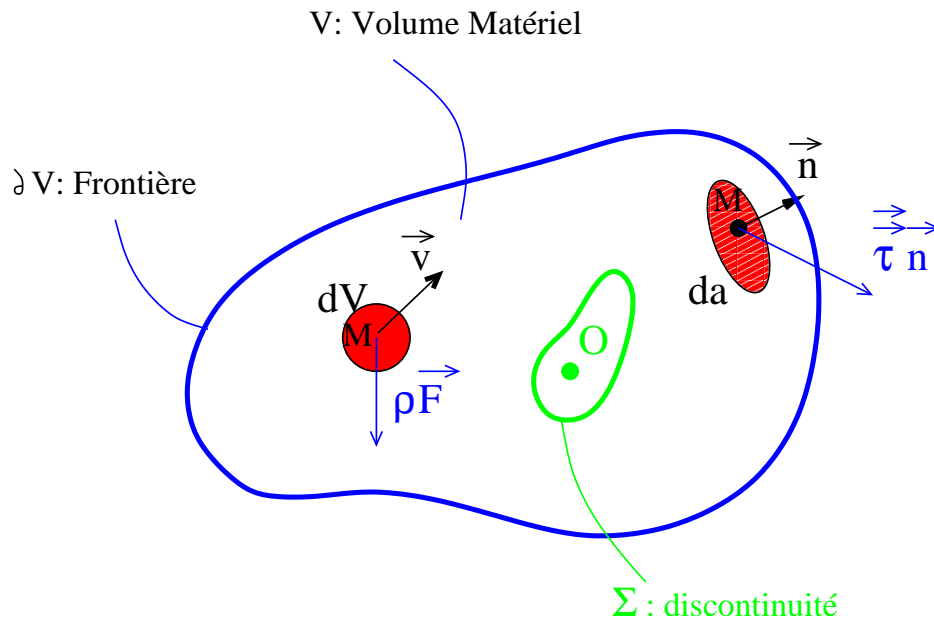
François LOTT

Cours I:

Oscillations de grandes échelles dans les tropiques

- 1 Bilan de conservation du moment angulaire atmosphérique.
- 2 Evidences statistiques qu'il existe des oscillations inter-annuelles.
- 3 L'oscillation de Madden Julian à 40-60 jours.
- 4 L'oscillation australe (ENSO) à 4-6 ans.

Conservation du Moment Angulaire



Tenseur des contraintes:

$$\vec{\tau} = -p\vec{1} + \vec{\sigma}$$

Forces de volumes extérieures:

$$\rho \vec{F}$$

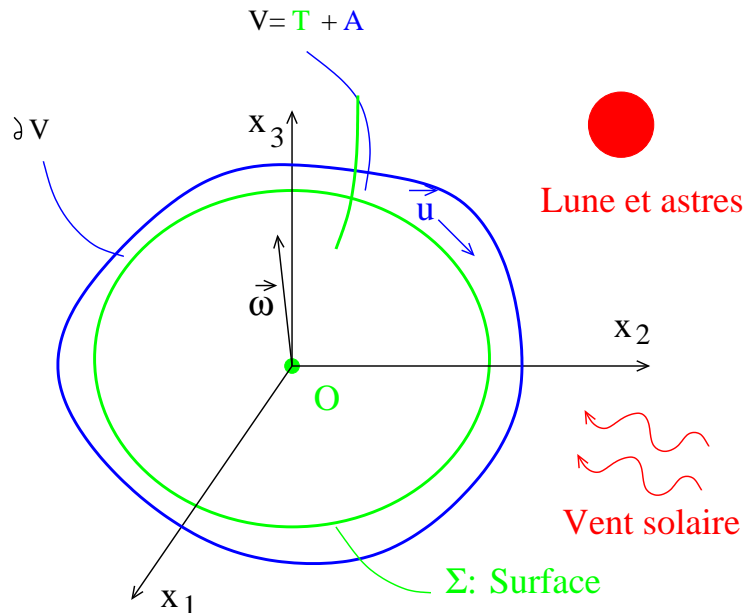
Centre de masse: O

Bilan de Moment Angulaire \vec{M} :

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V O\vec{M} \wedge \rho \vec{v} dV = \int_V O\vec{M} \wedge \rho \vec{F} dV + \int_{\partial V} O\vec{M} \wedge (\vec{\tau} \cdot \vec{n}) da$$

Cas de la Terre + Atmosphère

Terre = terre solide + océans



O : Centre de masse

\vec{x} : 3 axes fixes par rapport à la terre

$\vec{\omega}$: Vitesse angulaire

\vec{u} : Vitesse relative par rapport à la terre

$\vec{v} = \vec{\omega} \wedge \vec{x} + \vec{u}$: Vitesse absolue

Forces de volumes extérieures: $\rho \vec{F}$

Bilan de Moment Angulaire \vec{M} (rappel dans le repère absolue):

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V O\vec{M} \wedge \rho \vec{v} dV = \int_V O\vec{M} \wedge \rho \vec{F} dV + \int_{\partial V} O\vec{M} \wedge (\vec{\tau} \cdot \vec{n}) da$$

Exprimé dans le repère relatif et **en négligeant les effets astronomiques**

$$\left(\frac{d}{dt} \right)_R \vec{M} + \vec{\omega} \wedge \vec{M} = 0$$

Séparation Terre-Atmosphère

Moment Angulaire:

$$\vec{M} = \vec{I}\vec{\omega} + \vec{m}$$

Tenseur d'inertie:

$$I_{ij} = \int_V \rho (x_k x_k \delta_{ij} - x_i x_j) dV$$

Moment angulaire relatif:

$$m_i = \int_V \rho \varepsilon_{ijk} x_i u_k dV$$

$$\frac{d}{dt} \vec{M}_T + \vec{\omega} \wedge \vec{M}_T = -\frac{d}{dt} \vec{M}_A - \vec{\omega} \wedge \vec{M}_A$$

Pour la terre, le moment angulaire relatif est très faible (aux échelles de temps qui nous intéressent):

$$\vec{M}_T \approx \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{pmatrix}$$

Pour la terre, la rotation moyenne selon l'axe des pôles, ω_3 est proche d'une constante Ω et:

$$C > A, C - A \ll A, \|\omega_1\|, \|\omega_2\|, \|\omega_3 - \Omega\| \ll \Omega$$

Mouvement des pôles:

$$A \frac{d}{dt} \omega_1 + (C - A) \Omega \omega_2 \approx -\frac{d}{dt} M_{A1} + \Omega M_{A2}$$

$$A \frac{d}{dt} \omega_2 - (C - A) \Omega \omega_1 \approx -\frac{d}{dt} M_{A2} - \Omega M_{A1}$$

Longueur du jour:

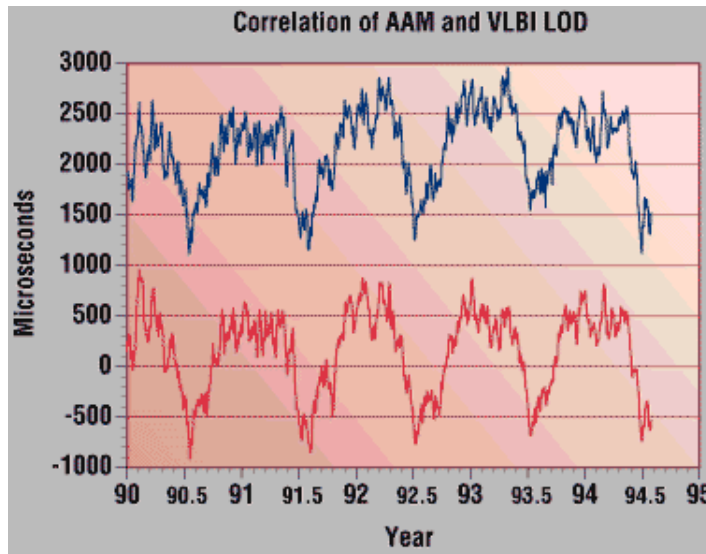
$$C \frac{d}{dt} \omega_3 \approx -\frac{d}{dt} M_{A3}$$

Longueur du jour

$$C\omega_3 + M = cte$$

Comparaison

Longueur du Jour-Moment Angulaire Atmosphérique
(Données de la Nasa)



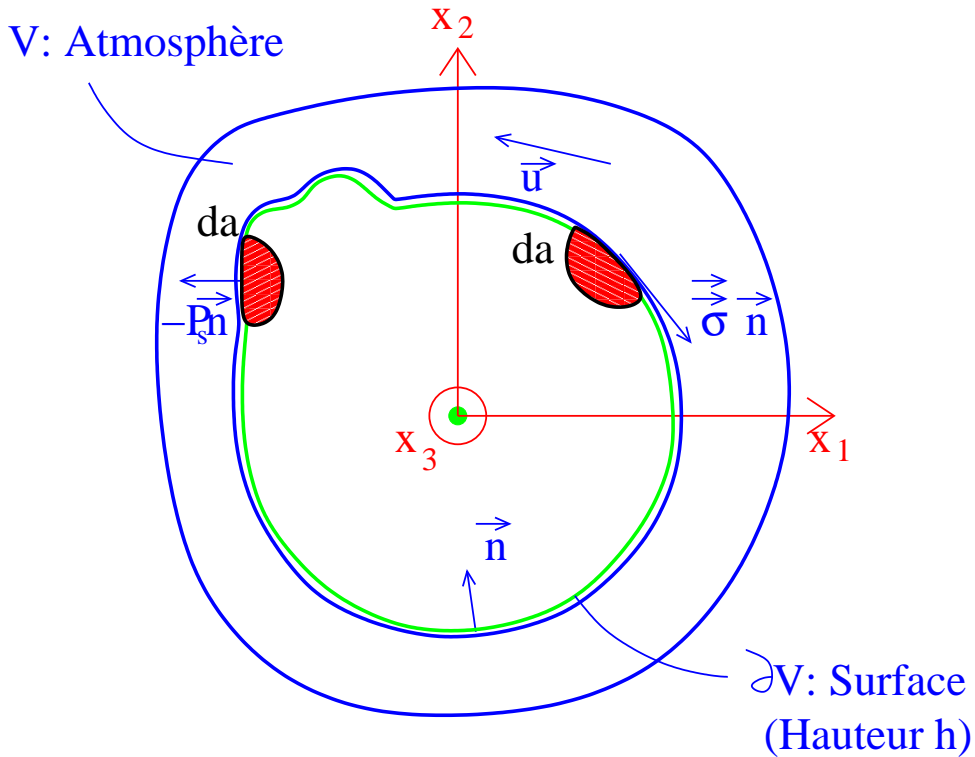
Intérêt, Motivation

C'est une donnée globale liée directement à la dynamique atmosphérique de grande échelle, validé quotidiennement et avec précision par les observations spatiales.

Le bilan de moment angulaire permet, en particulier, d'évaluer le rôle des montagnes sur la dynamique atmosphérique aux échelles planétaires.

Il permet aussi de détecter les grandes oscillations du système climatique.

Atmosphère seule, composante polaire (selon x_3)



$$\frac{d}{dt}M = \frac{d}{dt}(M_R + M_\Omega) = T_M + T_B$$

Atmosphère mince et hydrostatique:

Moment angulaire de vent (relatif):

$$M_r = \int_V \rho r \cos \theta u dV = \int_0^{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{P_s} r^2 \cos \theta r \cos \theta u \frac{dp}{g} d\lambda d\theta$$

Moment angulaire de masse:

$$M_\Omega = \int_{\partial V} r \cos \theta (\Omega r \cos \theta) \frac{P_s}{g} da = \int_0^{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{r^4 \Omega}{g} \cos^3 \theta P_s d\lambda d\theta$$

Couple des montagnes:

$$T_M = - \int_{\partial V} P_s \frac{\partial h}{\partial \lambda} da = - \int_0^{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} r^2 \cos \theta P_s \frac{\partial h}{\partial \lambda} d\theta d\lambda$$

Couple du à la friction de couche limite:

$$T_F = \int_{\partial V} r \cos \theta \tau_{s\lambda} da = \int_0^{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} r^2 \cos \theta r \cos \theta \tau_{s\lambda} d\theta d\lambda$$

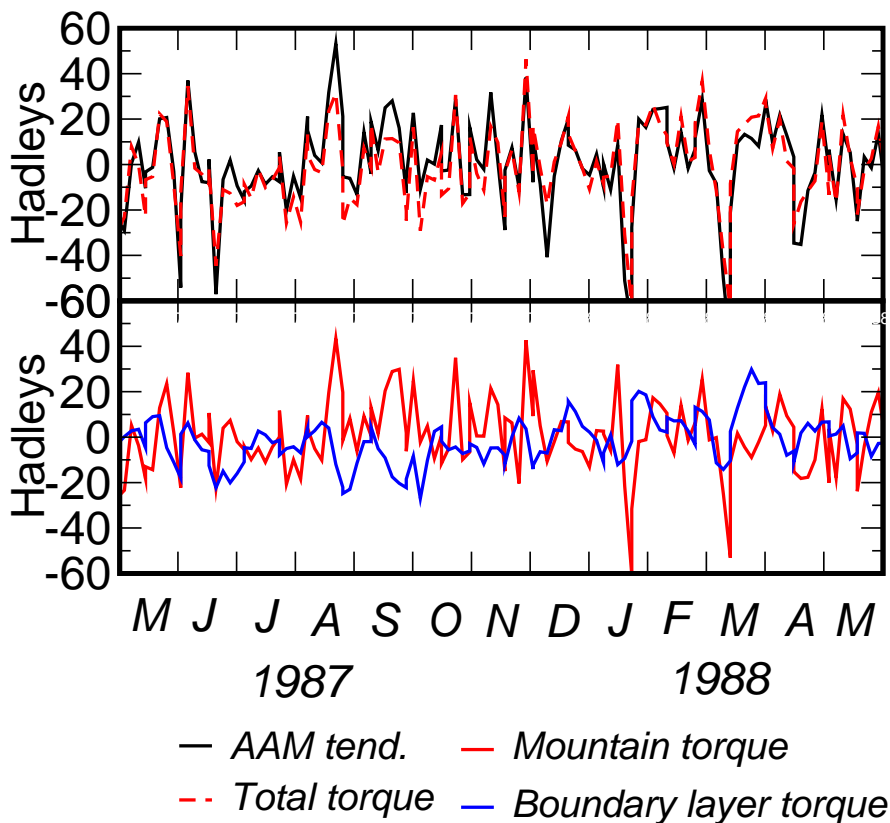
r rayon de la terre, g gravité, Ω taux de rotation moyen, u vent zonal. p pression, P_s pression au sol, λ longitude, θ latitude.

Evaluation à l'aide des données de réanalyse du NCEP (1958–1997)

$$\frac{dM}{dt} = T$$

$$\text{où } M = M_R + M_\Omega, \quad T = T_M + T_B$$

Le fait que les données de réanalyse permettent de fermer le budget de moment angulaire: [White \(1991\)](#), [Madden et Apeth \(1995\)](#), [Iskenderian et Salstein \(2001\)](#), [Lott Robertson et Ghil \(2003a\)](#) pour l'intégralité de la réanalyse.

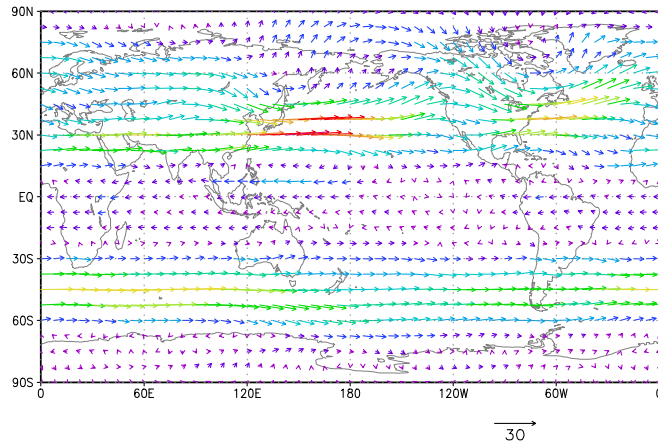


$$\text{Correlation: } C\left(\frac{dM}{dt}, T\right) = 0.87$$

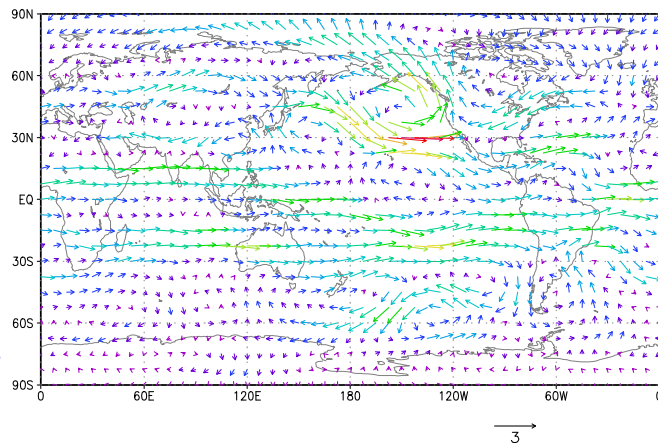
Vent barotrope et Moment Angulaire Relatif

Données NCEP 1958-1997, durant les mois d'hiver

Moyenne d'hiver de \vec{u}_b



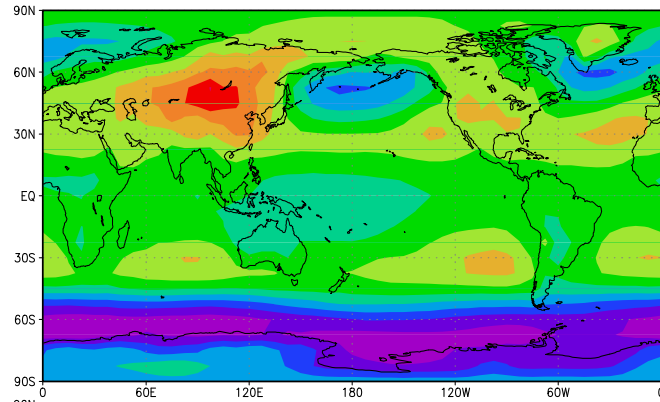
Régression des variations de \vec{u}_b sur les variations du moment angulaire relatif M_R



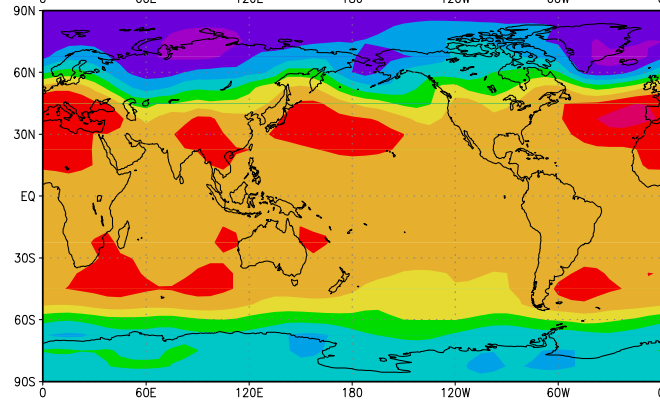
Pression au niveau de la mer et Moment Angulaire de Masse

Données NCEP 1958-1997, durant les mois d'hiver

Moyenne d'hiver de P_m



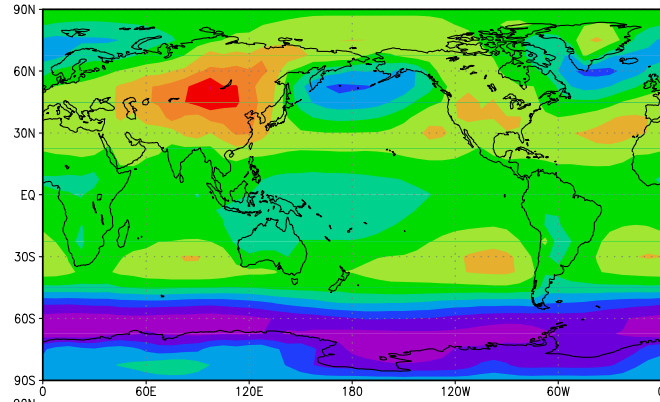
Régression des variations de P_m sur les variations du moment angulaire de masse M_Ω



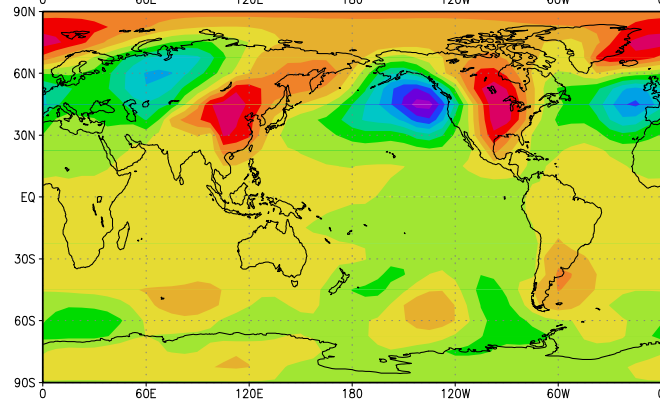
Pression au niveau de la mer et Couple des Montagnes

Données NCEP 1958-1997, durant les mois d'hiver

Moyenne d'hiver de P_m



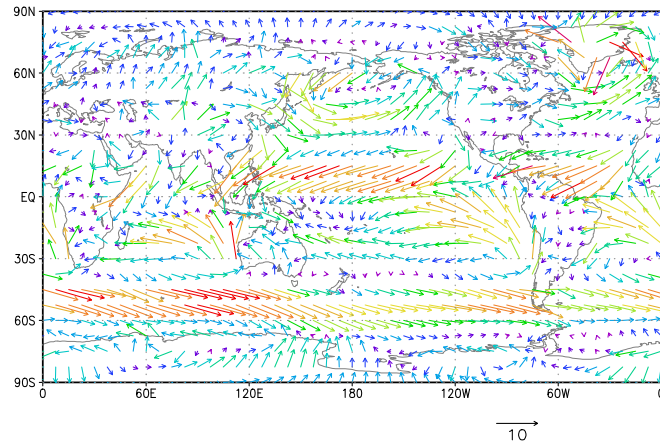
Régression des variations de P_m sur le couple des montagnes T_m



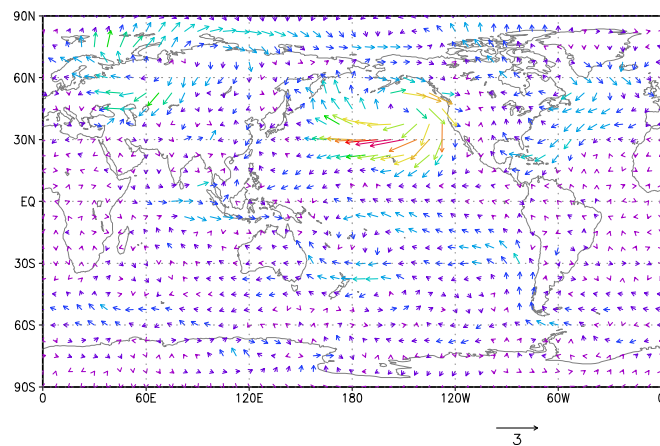
Vent près de la Surface et Couple de Friction

Données NCEP 1958-1997, durant les mois d'hiver

Moyenne d'hiver de \vec{u}_s

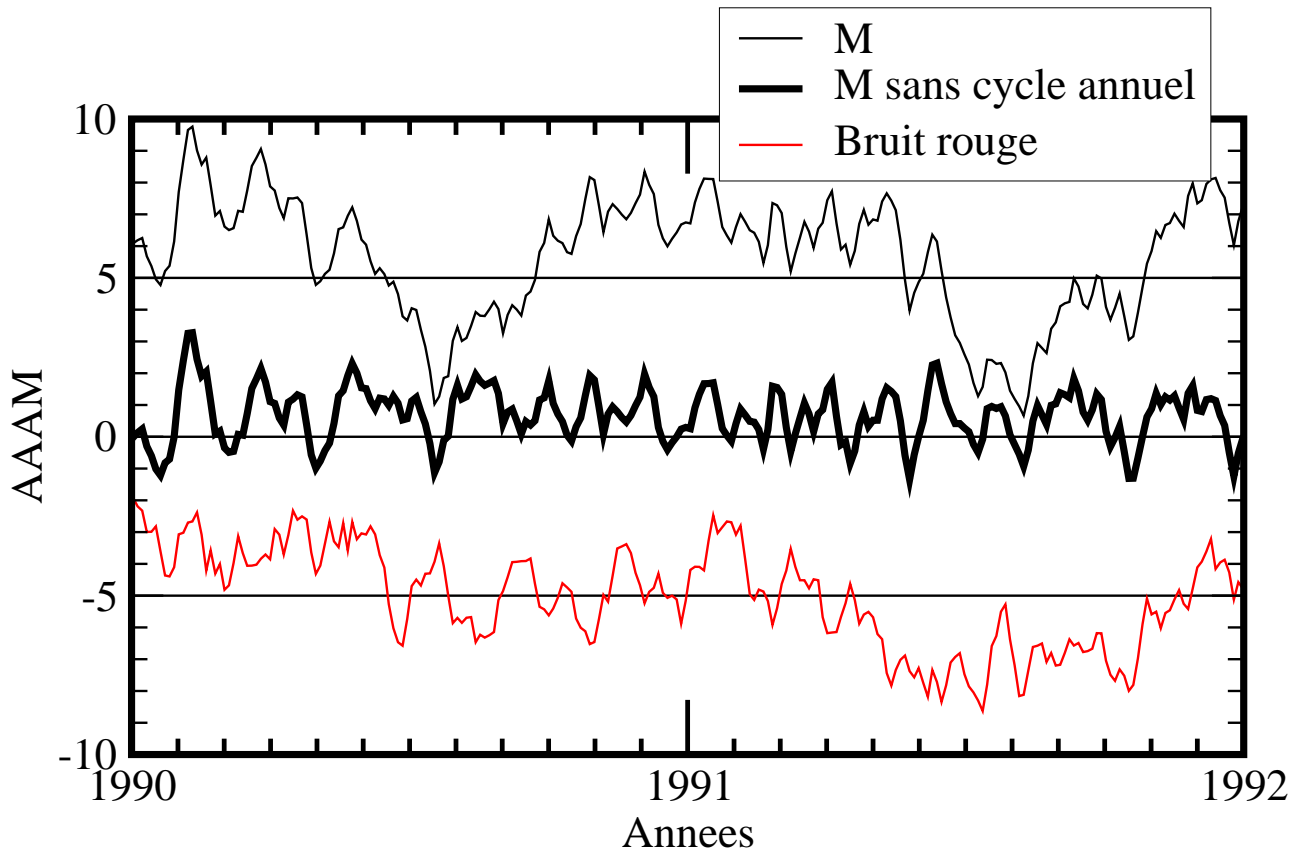


Régression des variations de \vec{u}_s sur le couple du à la friction de couche limite T_B



Evidence qu'il existe des oscillations inter-annuelles de M

Données moyennées sur 3 jours



Hypothèse nulle (**Bruit rouge**): M est un processus stochastique:

$$M_s^{t+3} = \underbrace{aM_s^t}_{\text{Mémoire}} + \underbrace{Z^t}_{\text{Bruit blanc}}$$

Il s'agit donc d'estimer dans quelle mesure l'évolution de M diffère d'un processus auto-régressif d'ordre 1 (Chaîne de Markov) M_s, T_s :

$$M_s^{t+3} = aM_s^t + Z^t$$

1. a est évaluée à partir de la covariance croisée de M à 0 jour et 3 jours: la covariance de M_s est égale à celle de M .
2. L'amplitude du bruit blanc, Z^t est évaluée de façon à ce que M_s et M aient la même variance.

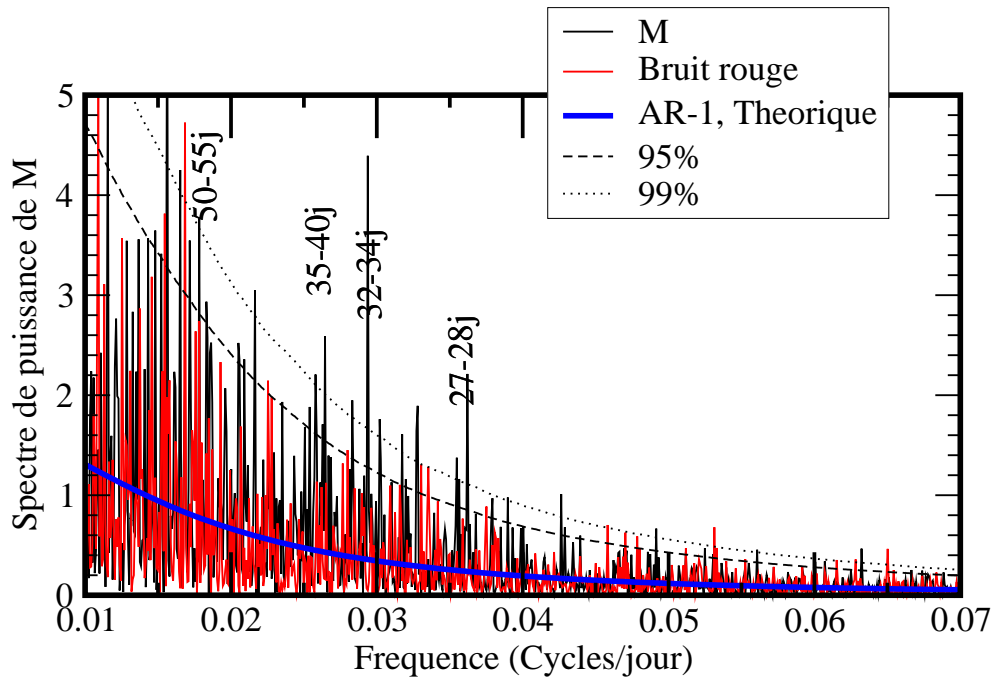
UN TEL PROCESSUS STOCHASTIQUE NE CONTIENT PAS D'OSCILLATIONS
(contrairement à un processus d'ordre plus élevé).

Evidence qu'il existe des oscillations inter-annuelles de M

Analyse Spectrale

Périodogramme de M : $\hat{M}\hat{M}^*$
 \hat{M} : Coefficient de Fourier de M :

$$\hat{M}^k = \sum_{n=1}^{n=N} M^n e^{i2\pi \frac{k-1}{N}n}$$



Les périodogrammes sont très bruités. En particulier, le périodogramme d'une réalisation du bruit rouge présente une très forte variabilité autour de son spectre théorique, (correspondant à la moyenne d'ensemble des périodogrammes obtenus pour des séries de bruit rouge infini).

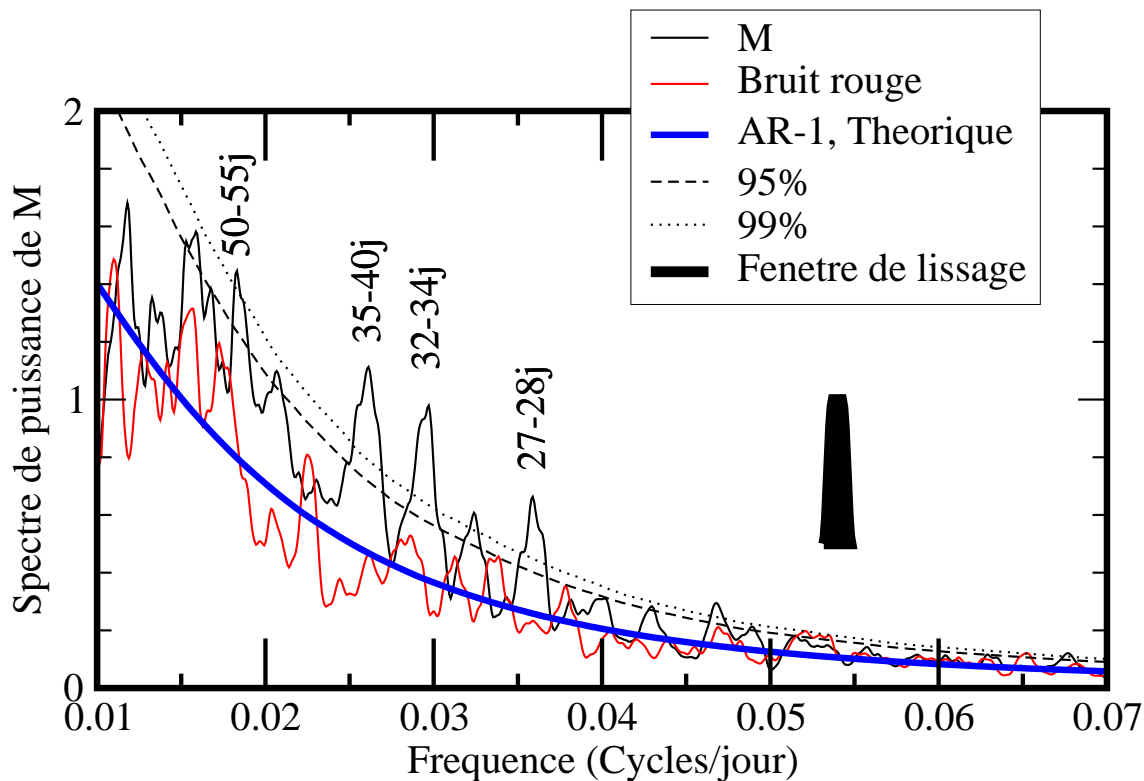
Chaque pic contient très peu d'énergie.

Evidence qu'il existe des oscillations inter-annuelles de M

Analyse Spectrale

Pour réduire cette variance du périodogramme, afin d'obtenir un meilleur estimation du Spectre, il existe plusieurs méthodes. Entre autre:

- 1) Lisser le périodogramme par une fenêtre adaptée.
- 2) Calculer les périodogrammes sur des segments adjacents et moyenner.



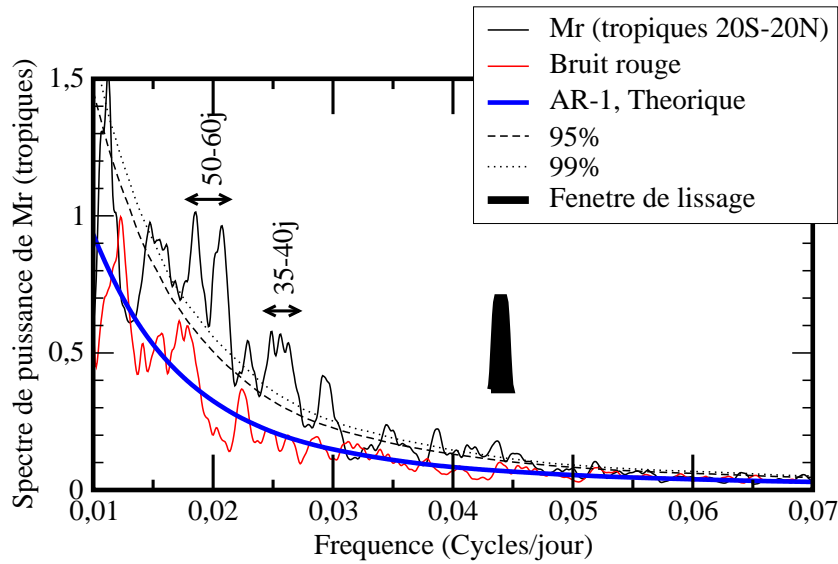
Le niveau de confiance à 95% (99%) signifie qu'une réalisation d'un bruit rouge à 1 chance sur 20 (100) de donner un pic passant ce niveau.

Ici les niveaux de confiances sont calculés par une méthode de Monte-Carlo. C'est à dire en faisant des probabilités utilisant 500 spectres de bruit rouge obtenus numériquement.

Noter bien: Il existe aussi des méthodes théoriques pour évaluer ces niveaux de confiance.

Extraction des oscillations à 40-60 jours

Premiere évidence qu'il s'agit d'oscillations tropicales.



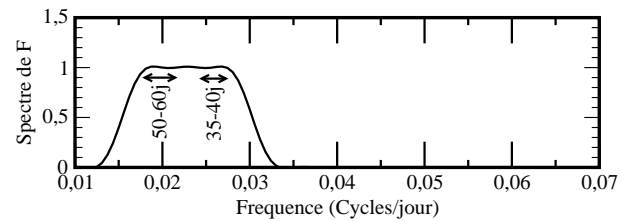
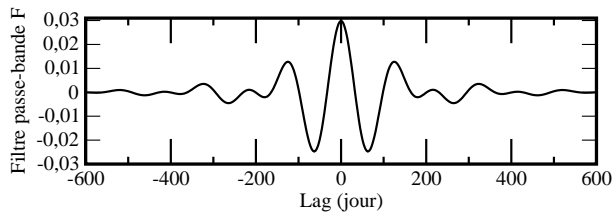
Principe du Filtrage pour extraire les oscillations

Il s'agit d'une convolution:

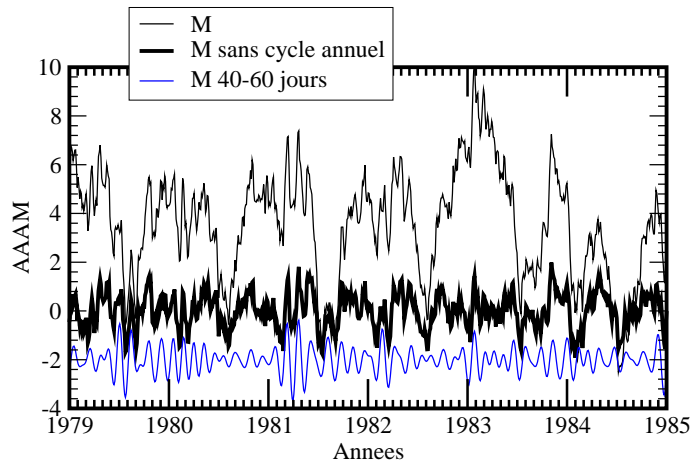
$$\tilde{M}^n = F \otimes M = \sum_{j=-J}^{j=J} F^j M^{n-j}$$

Remarque importante:

$$\hat{\tilde{M}} = \hat{F} \hat{M}$$

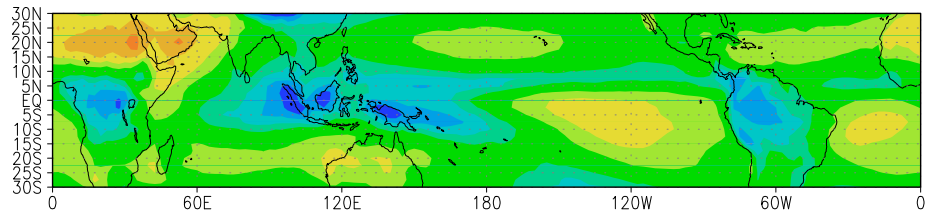


Moment Angulaire Global, M et la convection tropicale

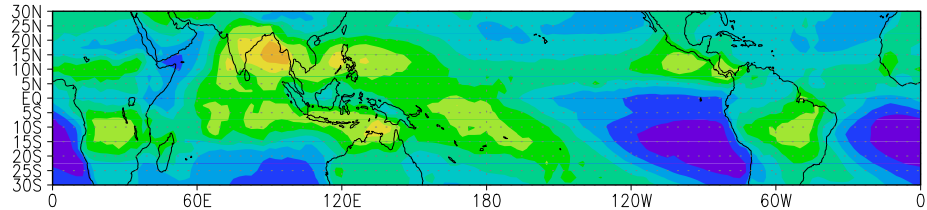


Satistique sur toute l'année du rayonnement infrarouge vers l'espace

Moyenne



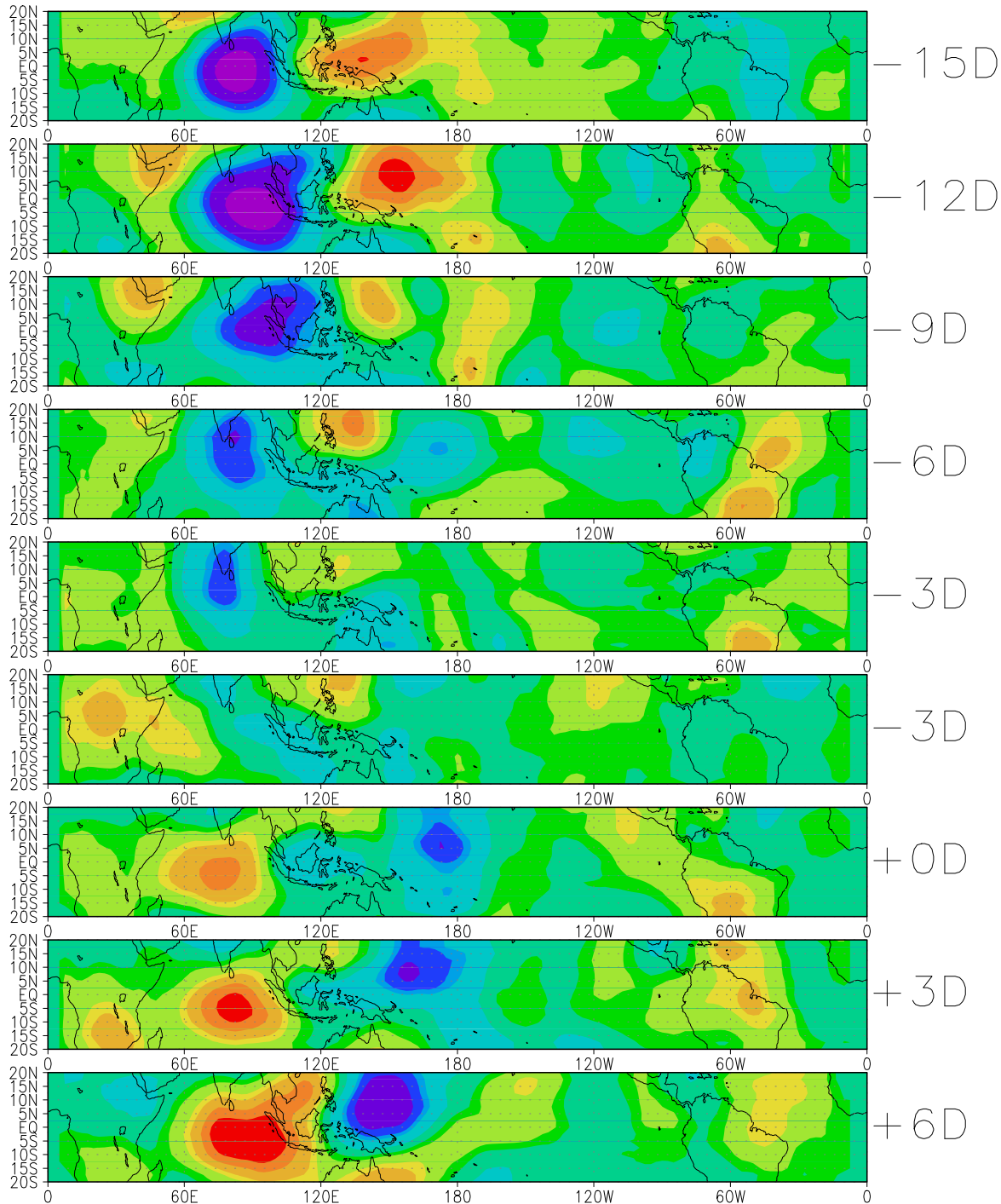
Dev. Standard



Régression du rayonnement infrarouge sur les Oscillations de M à 40-60 jours

Les cartes de rayonnement sont filtrées au préalable pour atténuer le cycle annuel

Lags:



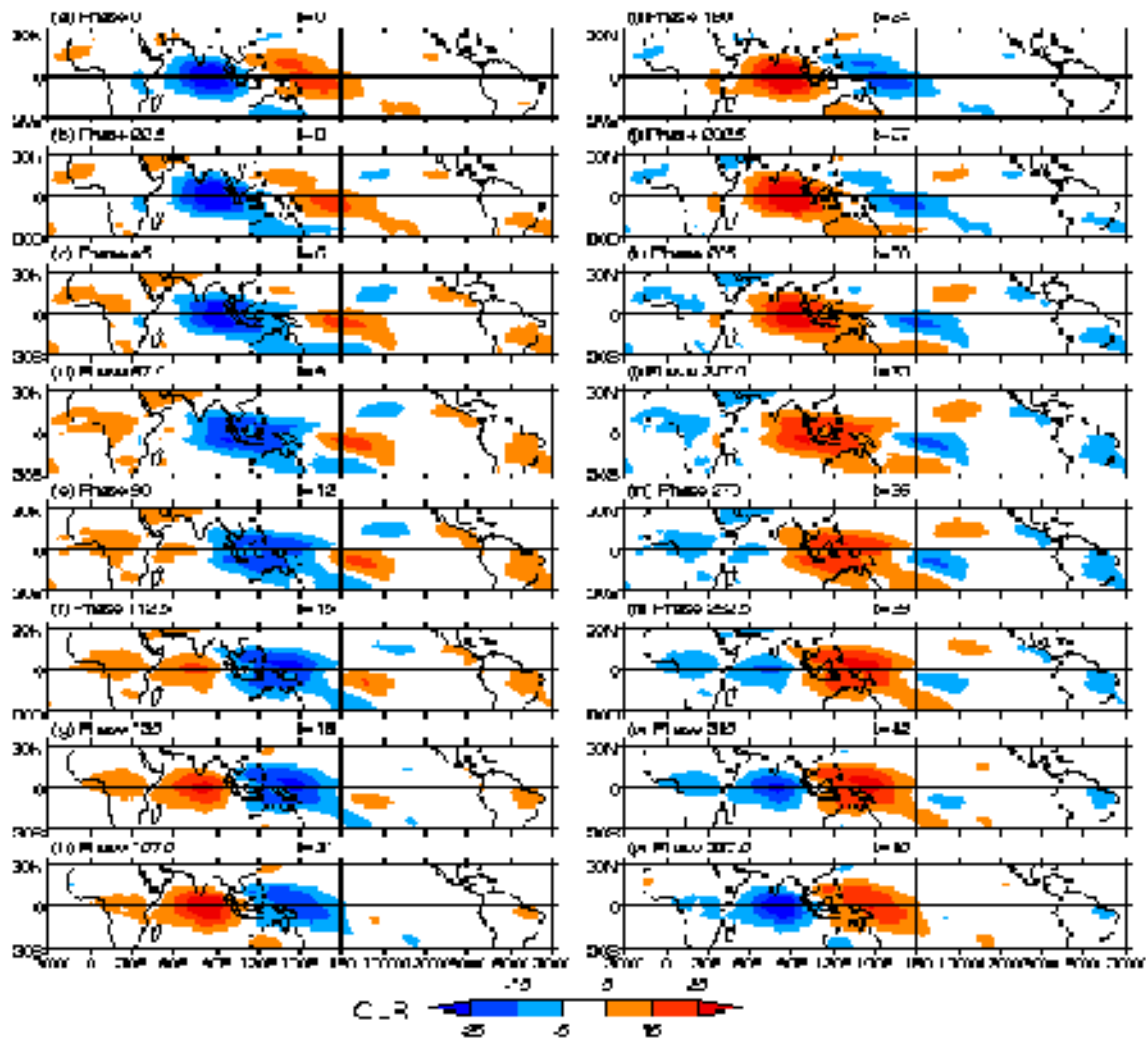


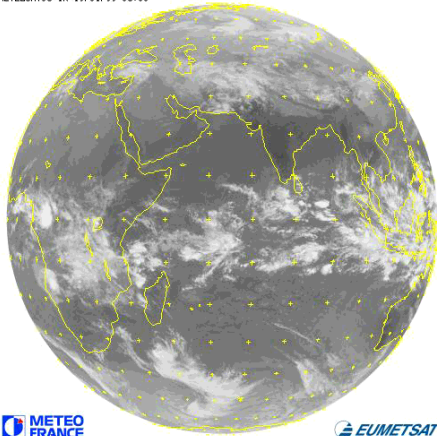
Fig. 2: MJO life cycle static display: OLR anomalies (legend is in $W m^{-2}$). The images are spaced approximately 3 days apart and one whole cycle lasts approximately 48 days. From Matthews (2000).

Composite picture from Adrian Matthews, Webpage:
envam1.env.uea.uk

Données INDOEX, canal visible

19 Jan. 99 - 24 Jan. 99

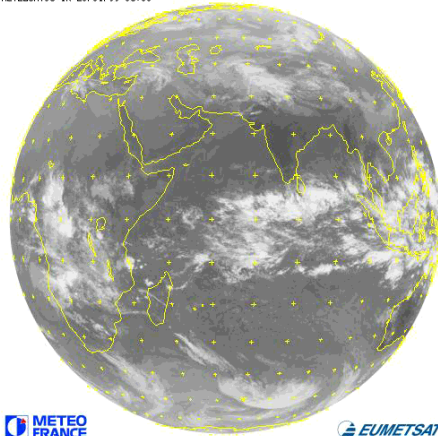
METEOSAT05 IR 19/01/99 06:00



METEO FRANCE

EUMETSAT

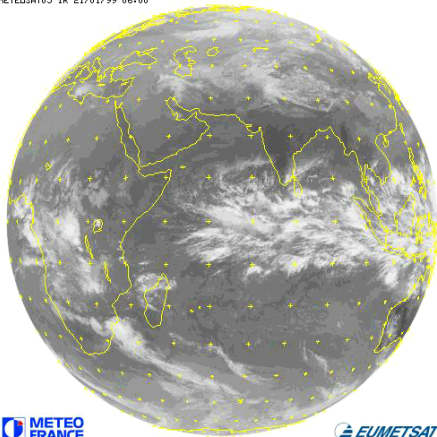
METEOSAT05 IR 20/01/99 06:00



METEO FRANCE

EUMETSAT

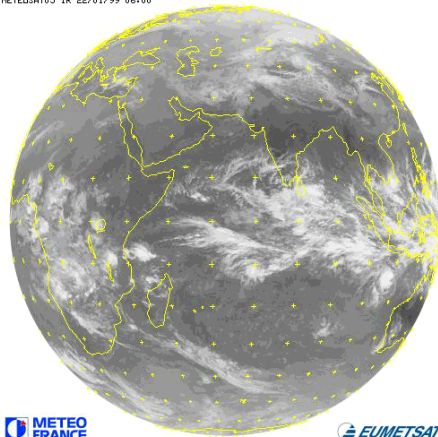
METEOSAT05 IR 21/01/99 06:00



METEO FRANCE

EUMETSAT

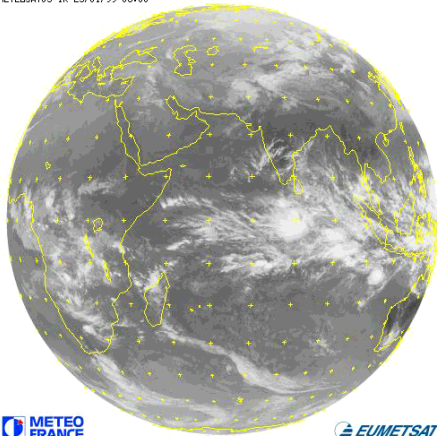
METEOSAT05 IR 22/01/99 06:00



METEO FRANCE

EUMETSAT

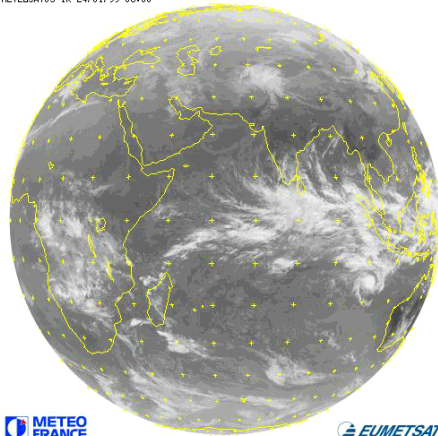
METEOSAT05 IR 23/01/99 06:00



METEO FRANCE

EUMETSAT

METEOSAT05 IR 24/01/99 06:00



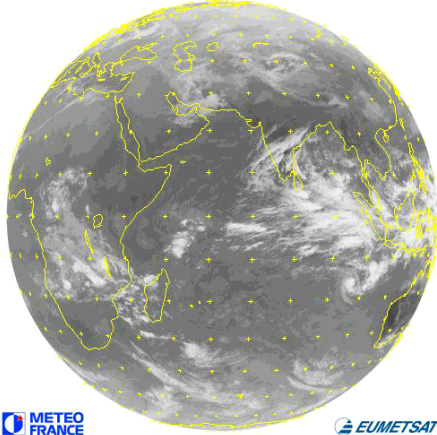
METEO FRANCE

EUMETSAT

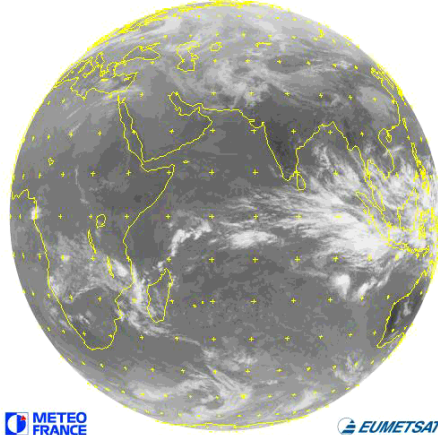
Données INDOEX, canal visible

25 Jan. 99 - 30 Jan 99

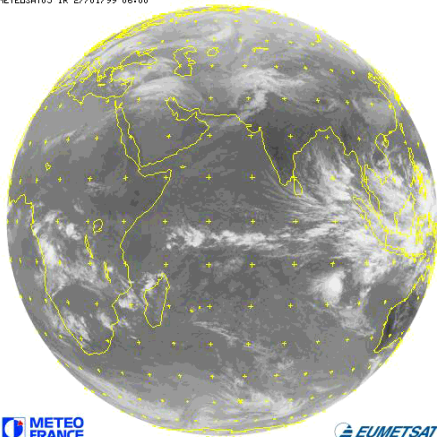
METEOSAT05 IR 25/01/99 06:00



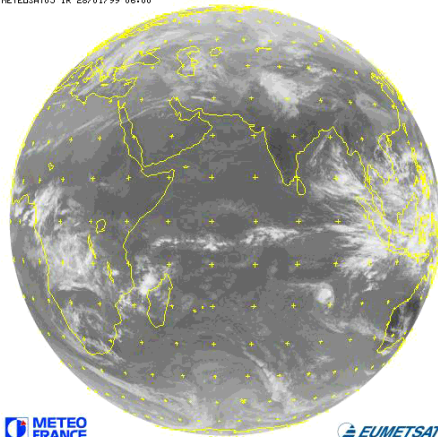
METEOSAT05 IR 26/01/99 06:00



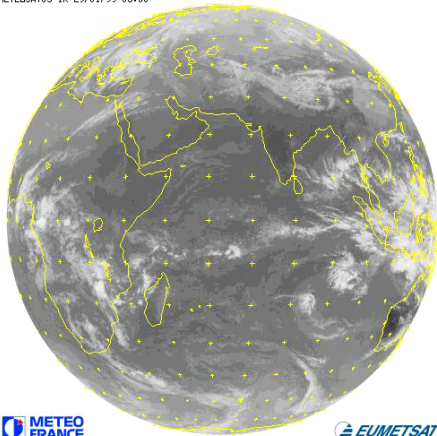
METEOSAT05 IR 27/01/99 06:00



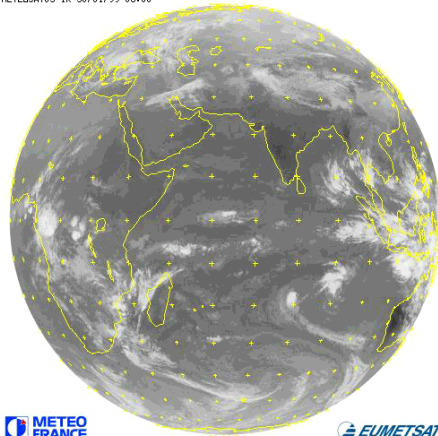
METEOSAT05 IR 28/01/99 06:00



METEOSAT05 IR 29/01/99 06:00



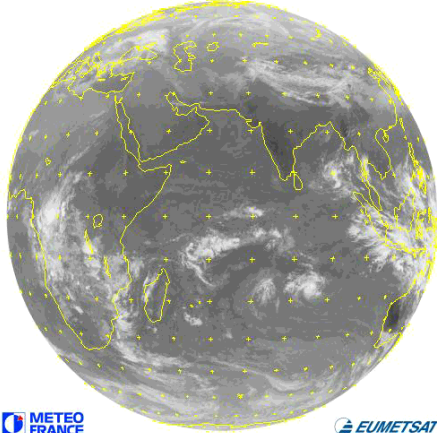
METEOSAT05 IR 30/01/99 06:00



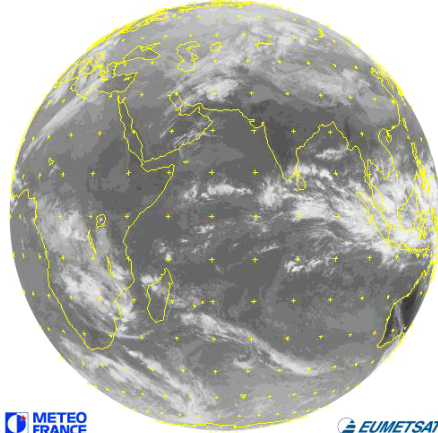
Données INDOEX, canal visible

31 Jan. 99 - 5 Fev. 99

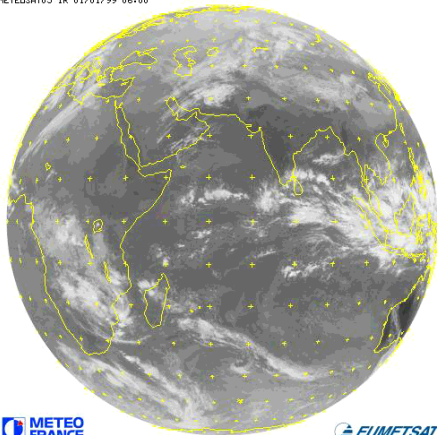
METEOSAT05 IR 31/01/99 06:00



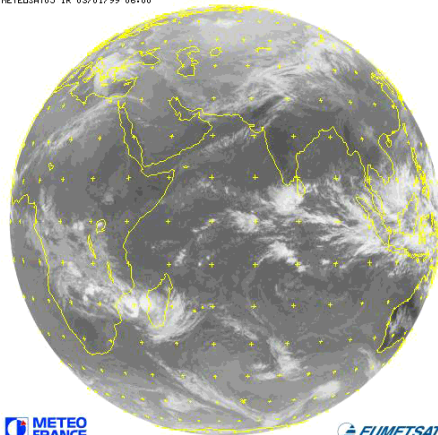
METEOSAT05 IR 01/01/99 06:00



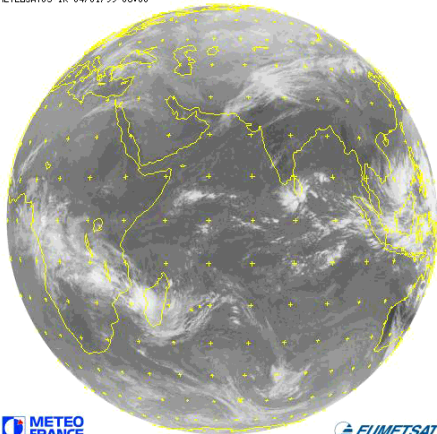
METEOSAT05 IR 01/01/99 06:00



METEOSAT05 IR 03/01/99 06:00



METEOSAT05 IR 04/01/99 06:00



METEOSAT05 IR 05/01/99 06:00

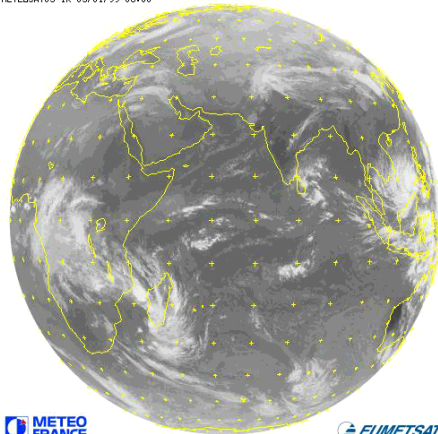
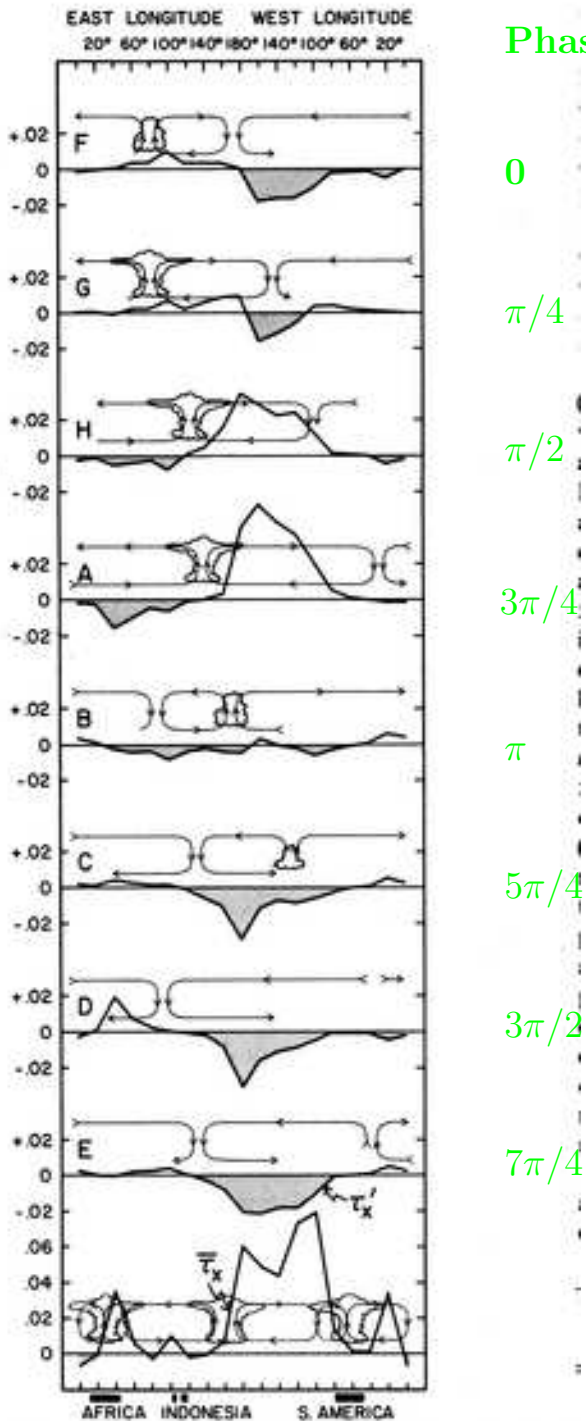


Schéma d'évolution d'une oscillation de Madden Julian (été) et de la modification de la tension de vent en surface qui lui est associée

Madden, JGR 1987

NumØriser0001.jpg



Phase de l'OMJ

0

$\pi/4$

$\pi/2$

$3\pi/4$

π

$5\pi/4$

$3\pi/2$

$7\pi/4$

Tension de surface:

$$\tau_x = -C_d \rho u \|\vec{u}\|$$

Fig. 6. Estimated τ_x , bottom. Time-mean circulation cells are taken from Stretten and Zillman [1984, p. 356]. Regions of large scale convection are indicated schematically over Africa, the Indonesian region, and South America. The upper eight panels show τ_x' for phases of Figure 1. Anomalies in the mean circulation associated with the 40-50 day oscillation are taken from Figure 1. Units are $N m^{-2}$.

Trajectoires typiques des systèmes précipitants associés aux oscillation de Madden-Julian

Madden, MWR 1987

Scan0001.tif

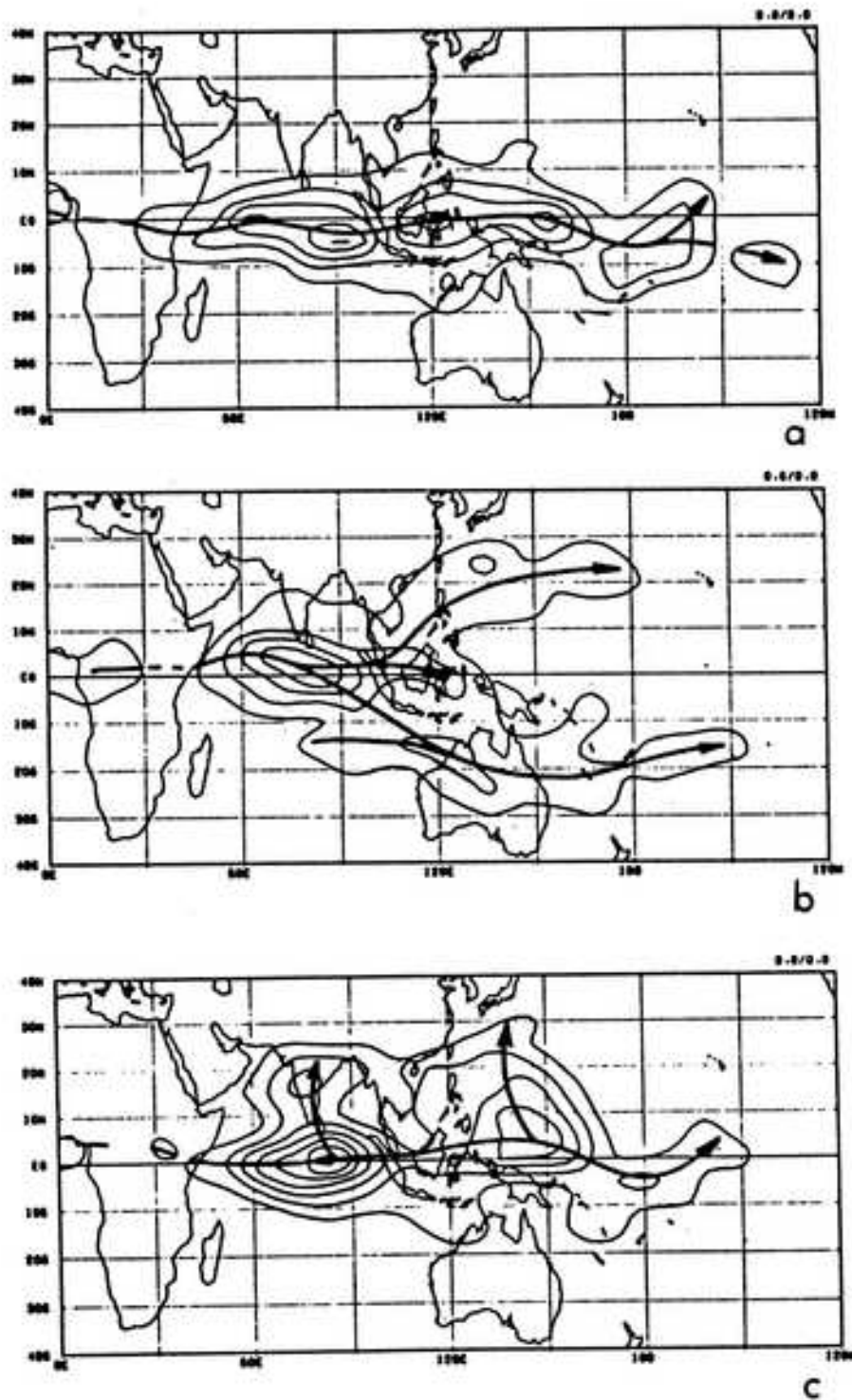
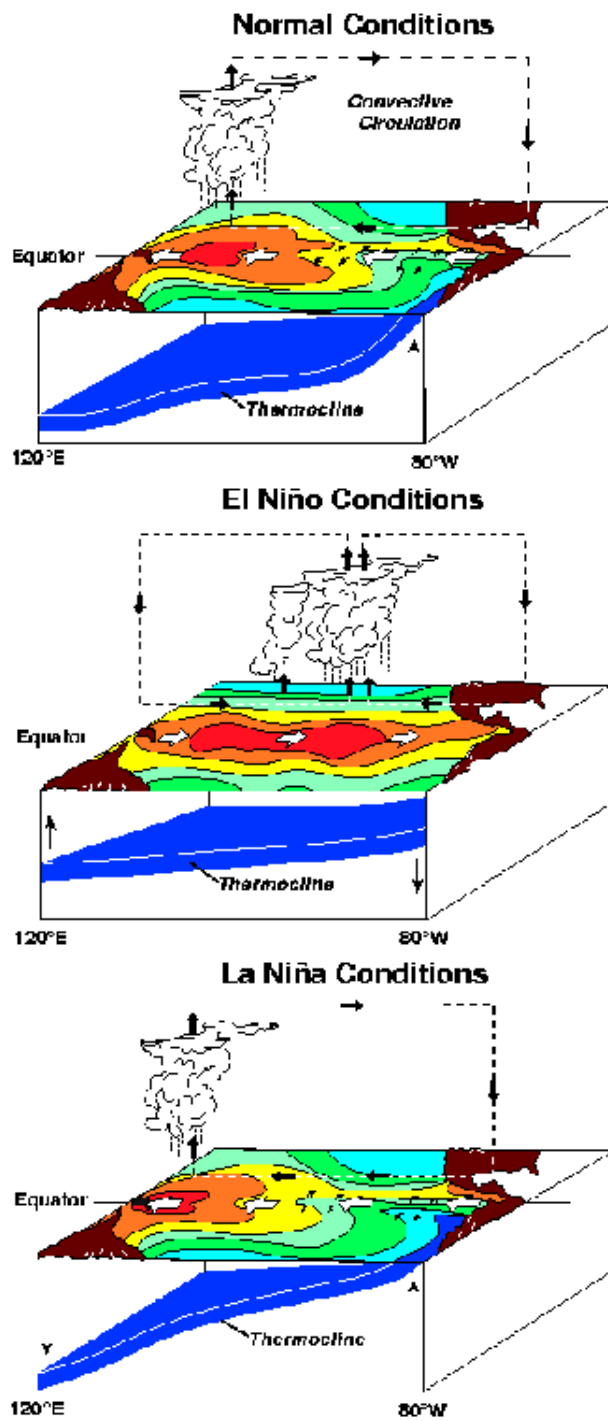


FIG. 8. Contour plot of the total number of occurrences of strictly eastward-moving cloud complexes (a); eastward complexes that split either to the north or to the south over the eastern Indian Ocean (b); and eastward-moving complexes that are connected with cloud systems that move northward into southern Asia (c); in each $2^\circ \times 2^\circ$ box for a 10-yr period (1975–85, 1978 missing). The contour interval is 0.8 in (a) and (c), and 0.6 in (b). The heavy lines indicate the central paths (from Wang and Rui 1990).

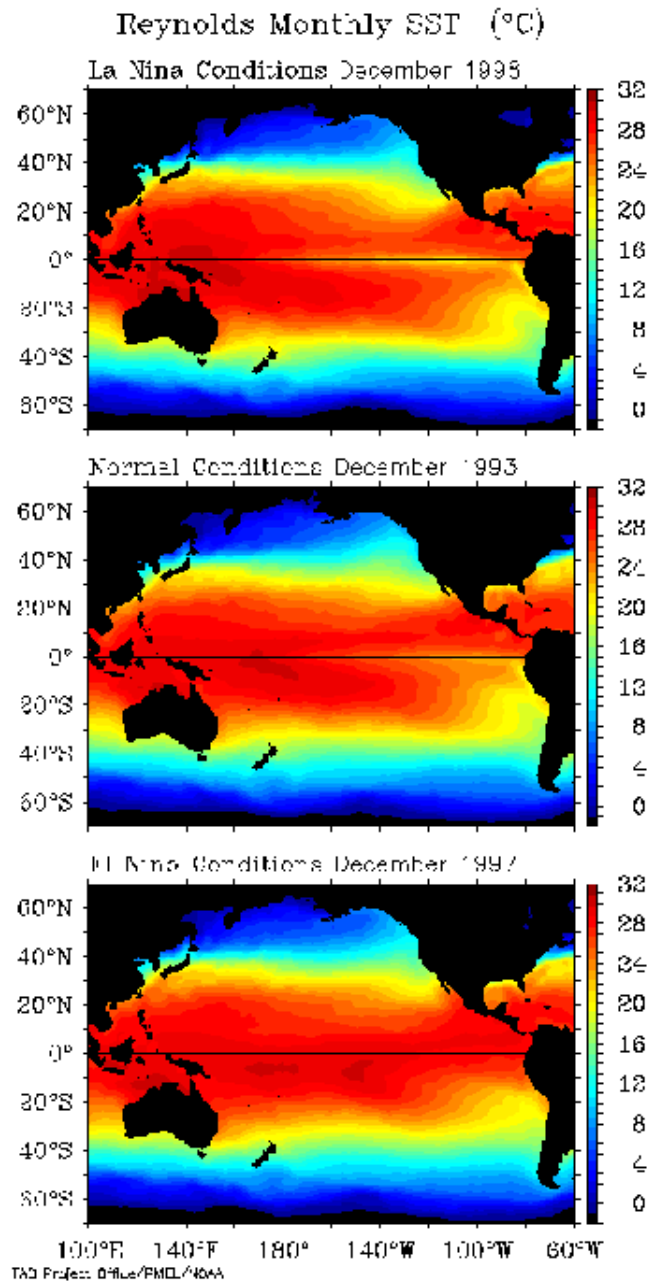
L'oscillation El Niño dans le Pacifique Tropical



El nino theme page: <http://www.pmel.noaa.gov/tao/elnino>

Champs de Temperature de la Mer en Surface dans le Pacifique Equatorial.

(1) Normales, (2) El-Nino, (3) La Nina.



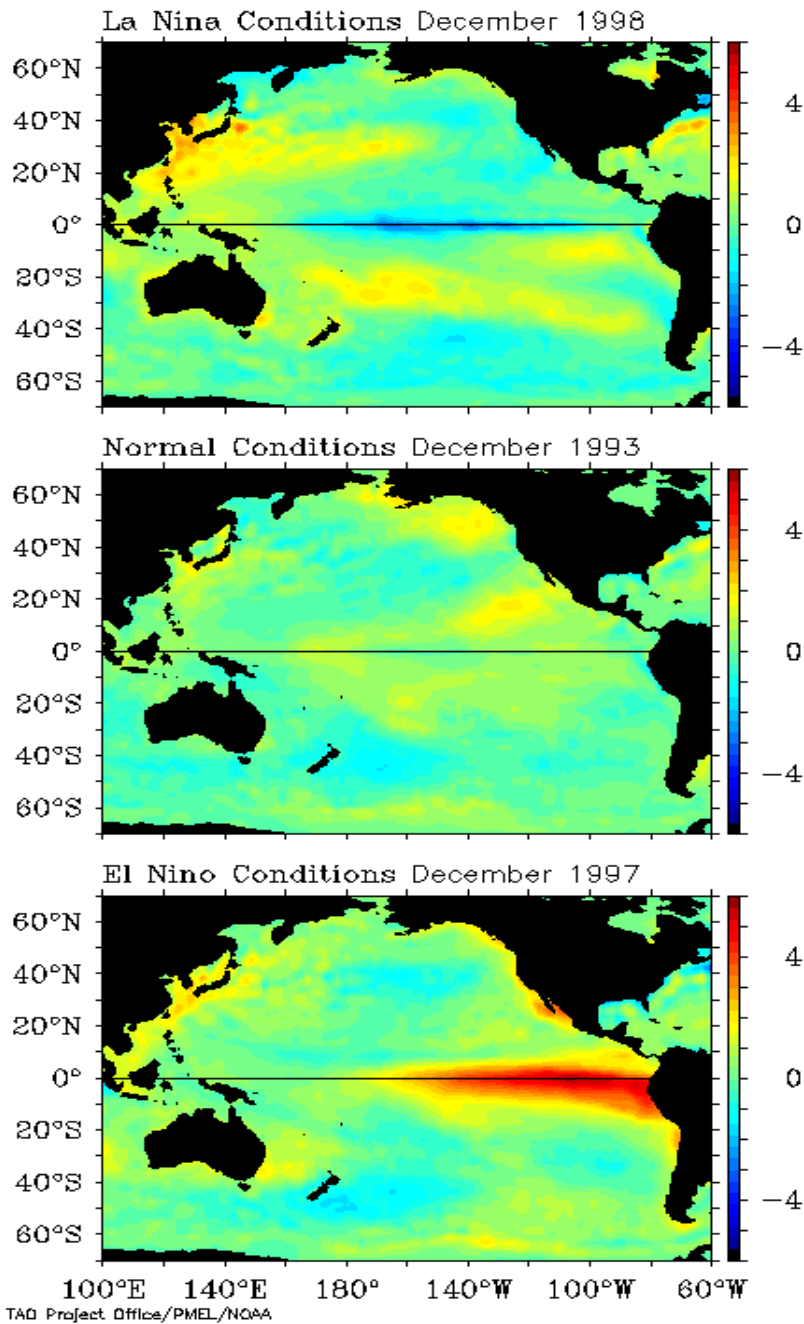
El Nino/La Nina Theme Page, NOAA Web:http://www.pmel.noaa.gov/tao/el_nino

Anomalies de Temperature de surface dans le Pacifique Equatorial

Conditions (1) La Nina, (2) Normales, (3) El Nino

El Nino/La Nina Theme Page, NOAA Web:http://www.pmel.noaa.gov/tao/el_nino

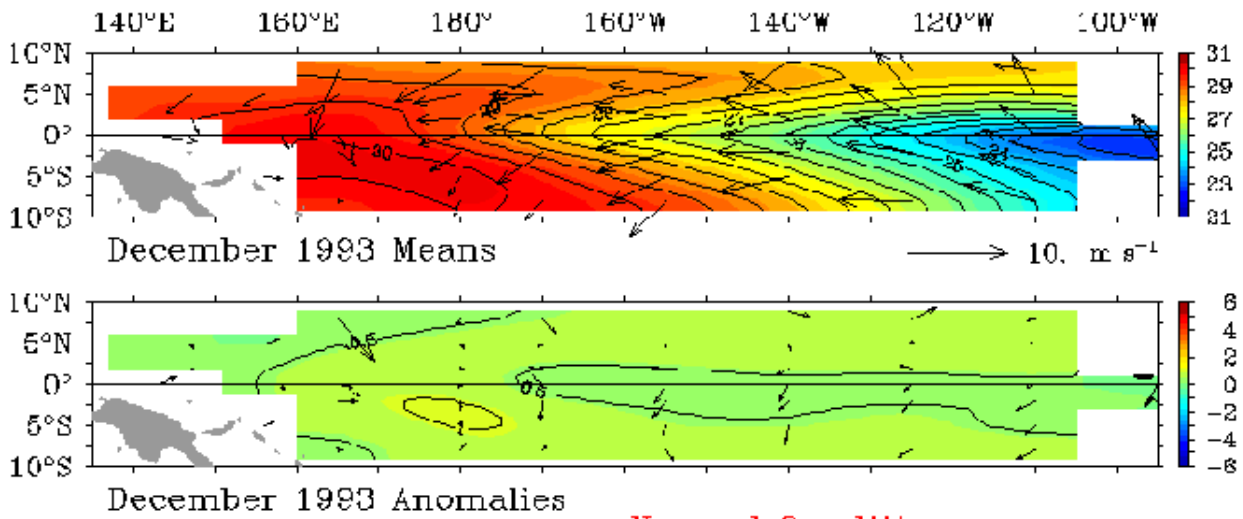
Reynolds Monthly SST Anomalies (°C)



Champs de Temperature de la Mer et Vents en Surface en Conditions

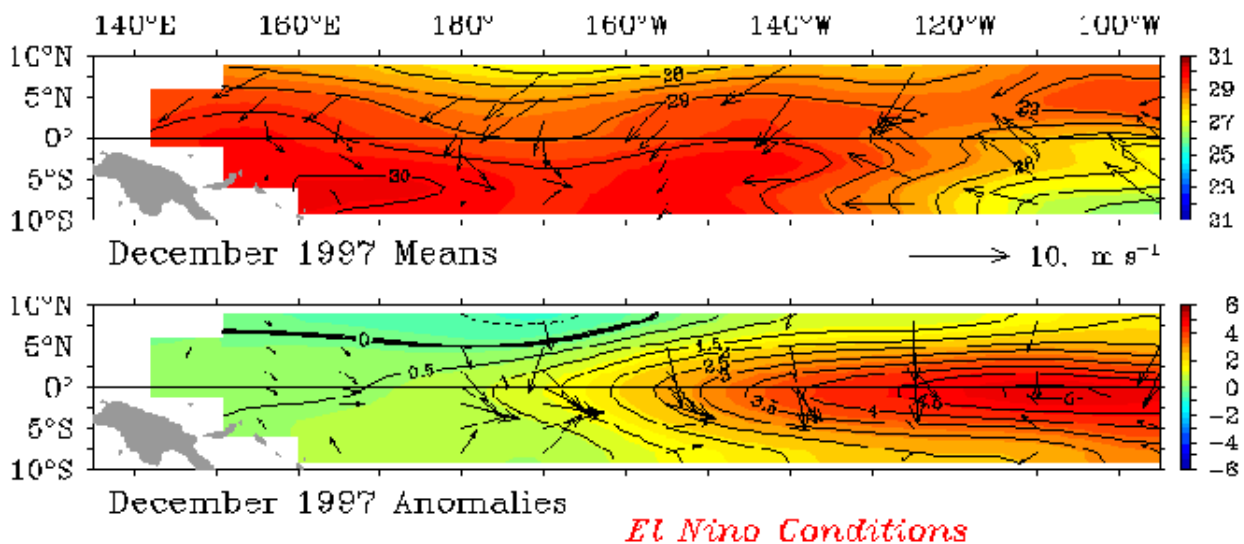
(1) Normales, (2) El-Nino Pacifique Equatorial.

TAO Monthly Mean SST ($^{\circ}\text{C}$) and Winds (m s^{-1})



TAO Project Office/PMEL/NOAA

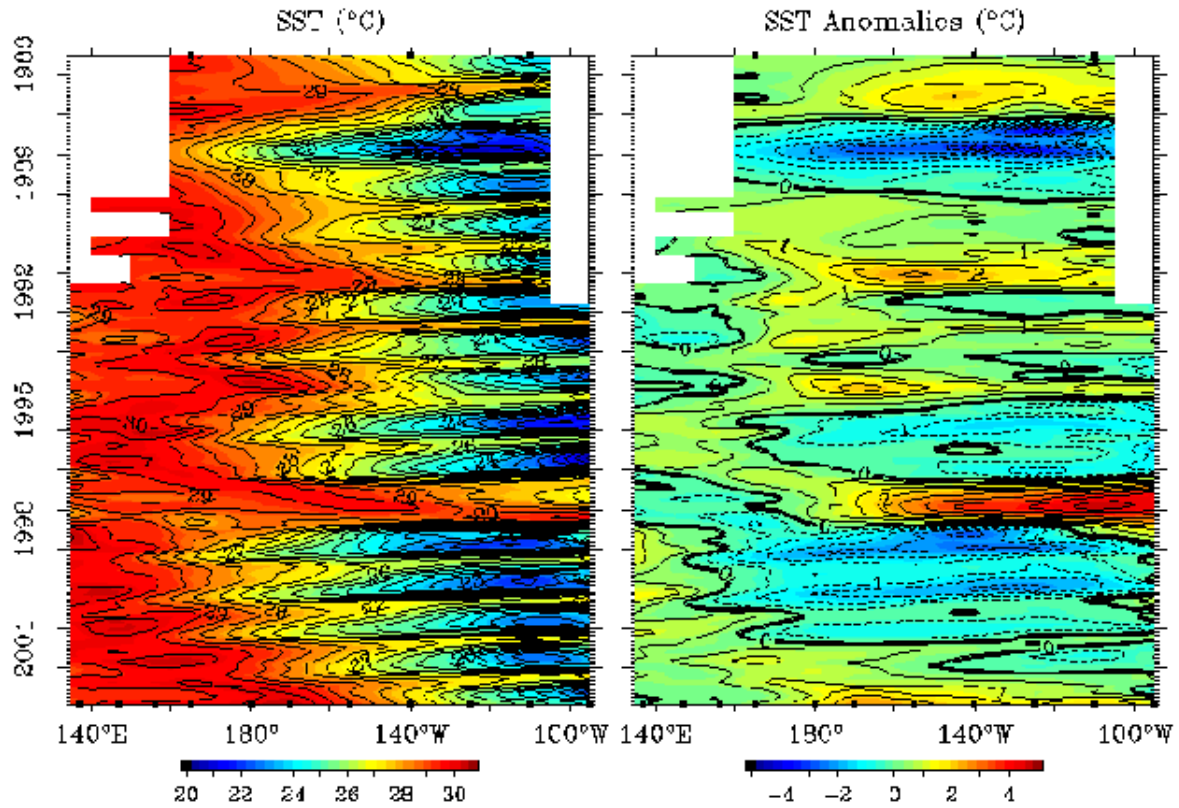
TAO Monthly Mean SST ($^{\circ}\text{C}$) and Winds (m s^{-1})



TAO Project Office/PMEL/NOAA

Champs de Temperature a l'equateur et en fonction du temps (Diagramme de Hovmoller)

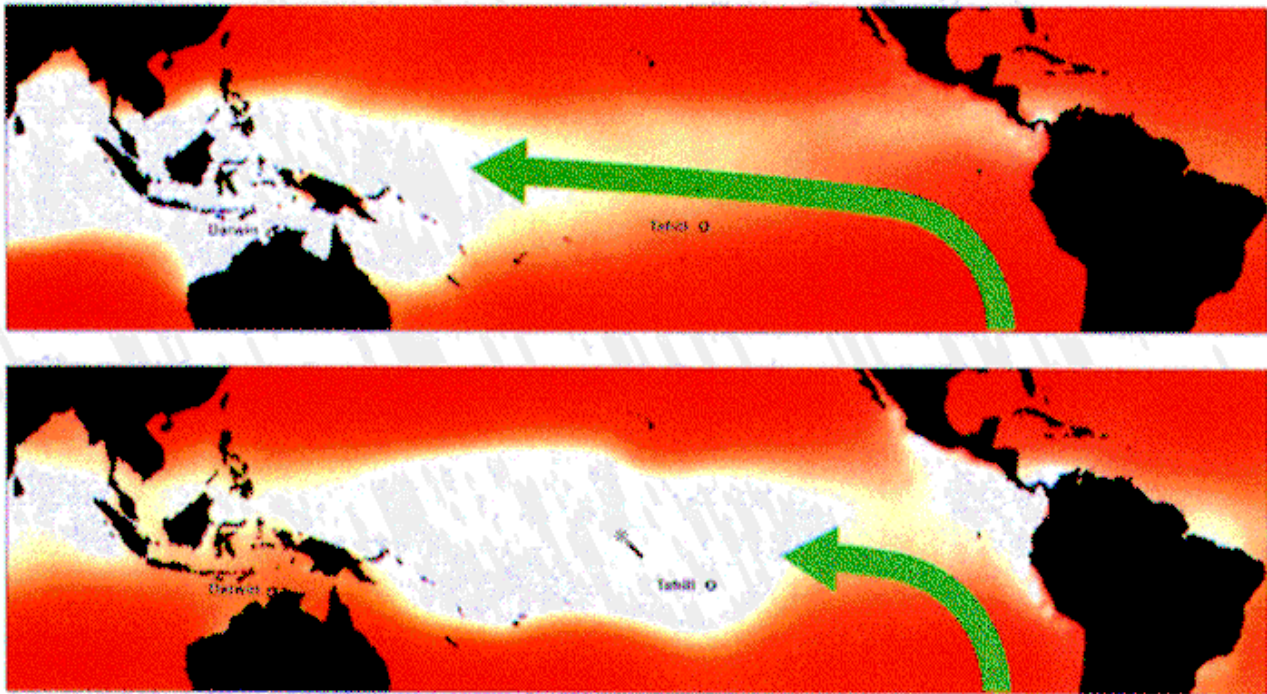
Monthly Mean SST 2°S to 2°N Average



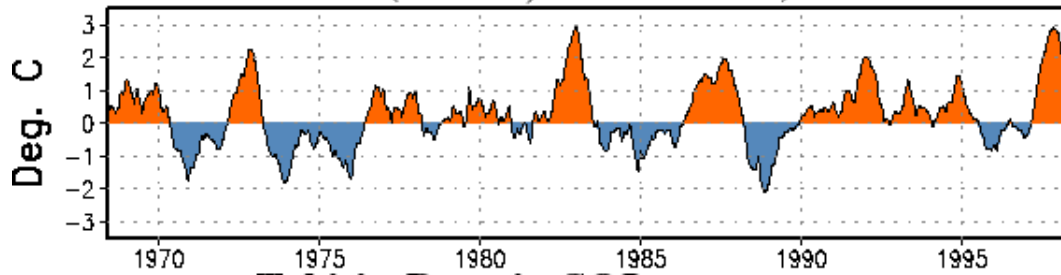
TAD Project: Office/PMEL/NCAA

Dec. 8 2002

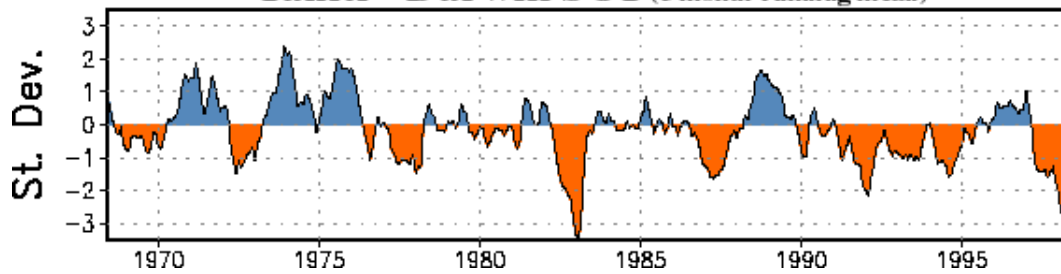
Principe de l'Index de l'Oscillation Australe (SOI), base sur la difference de pression entre Tahiti et Darwin.



Ocean Temperature Departures ($^{\circ}\text{C}$) for Niño 3.4 (5°N - 5°S , 170°W - 120°W)

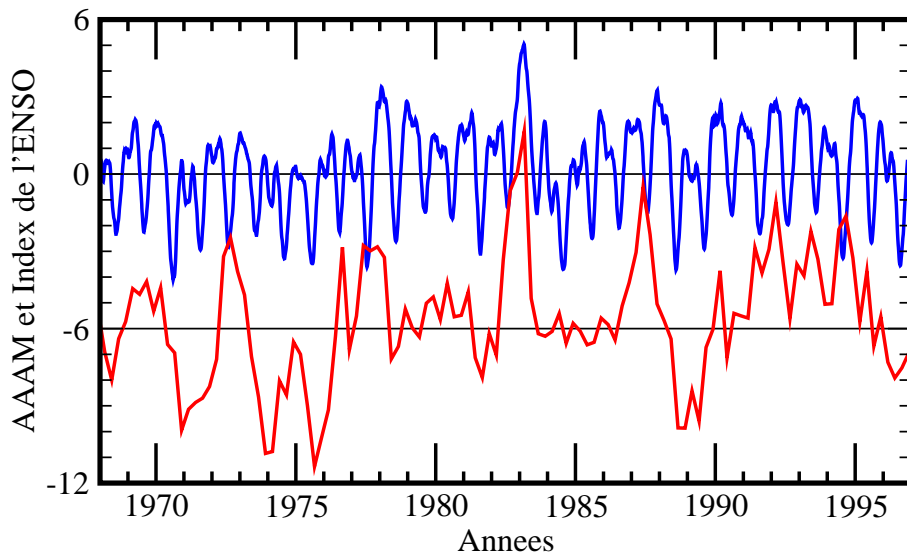


Tahiti - Darwin SOI (3 month-running mean)

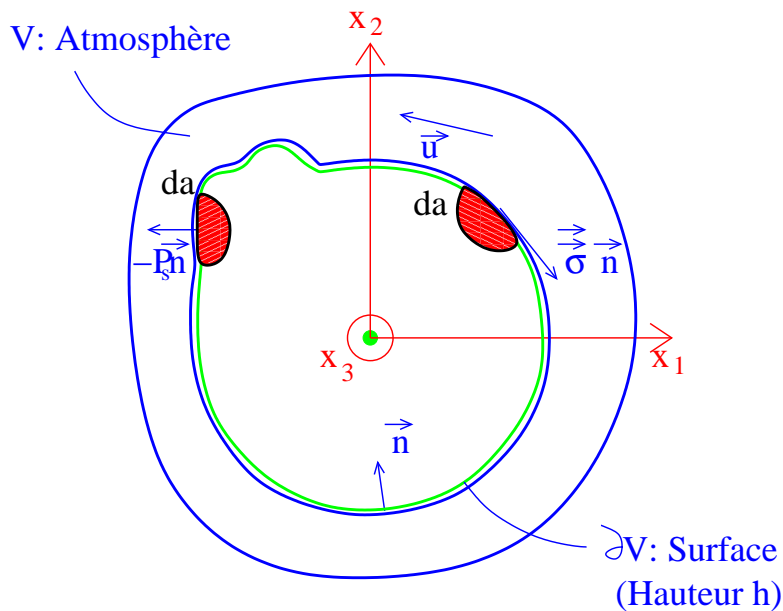


Moment Angulaire Atmosphérique

Indice ENSO



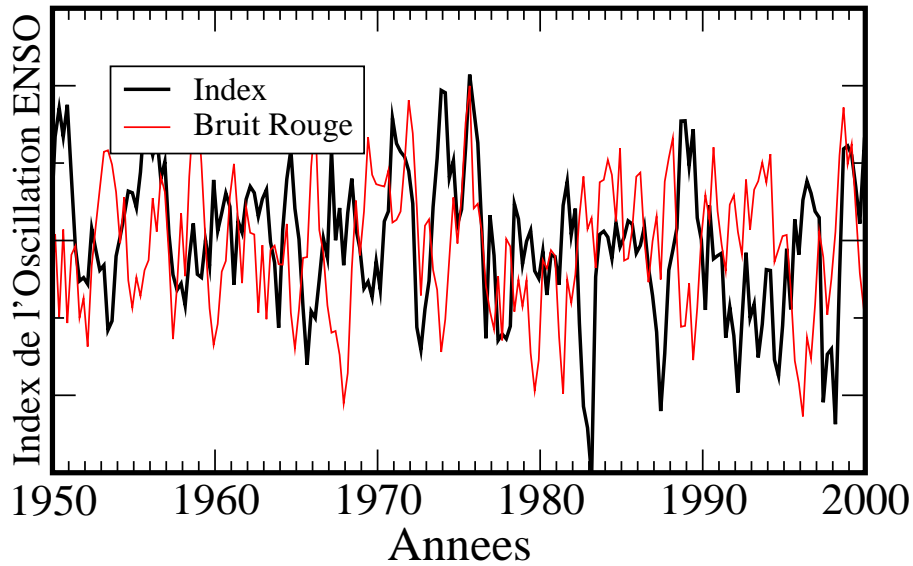
Rappel: Moment Angulaire de l'Atmosphère seule, composante polaire (selon x_3)



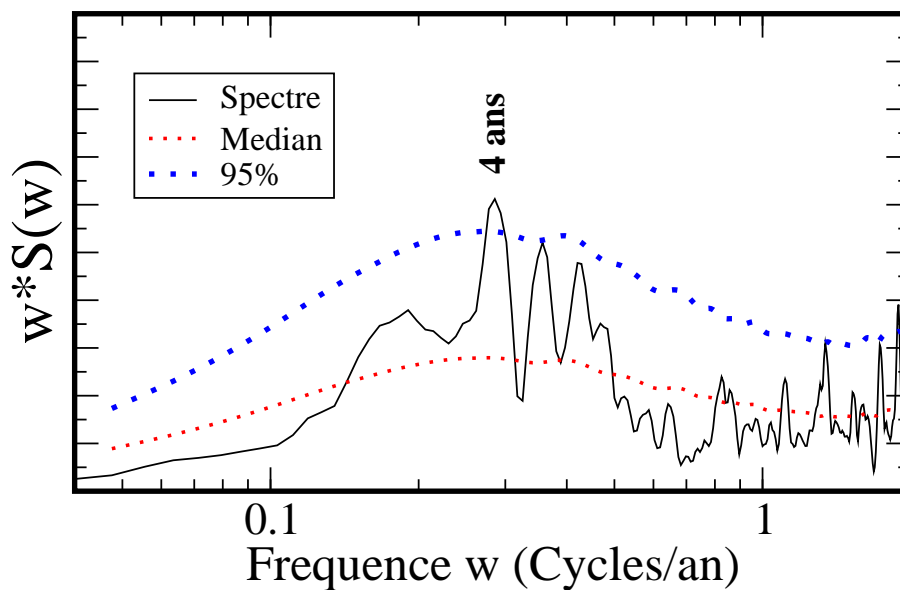
$$\frac{d}{dt}M = \frac{d}{dt}(M_R + M_\Omega) = T_M + T_B$$

Evidences qu'il existe des oscillations intra saisonnieres de l'indice ENSO? Données couvrant 1876-2002

Donnees tous les 3 mois

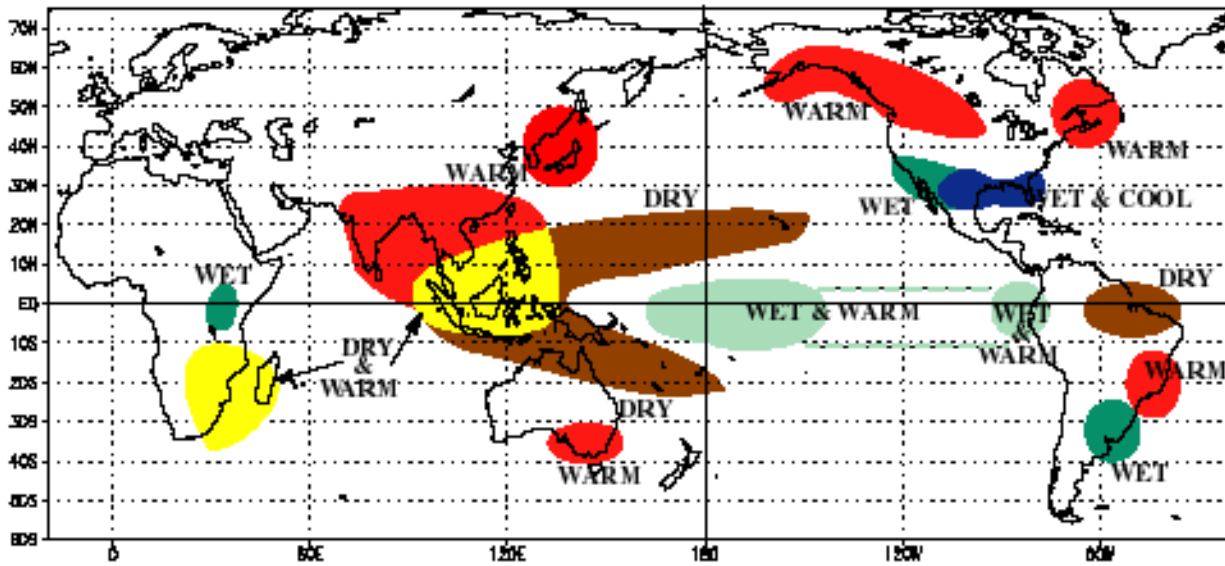


Fenetre de lissage a 6 points

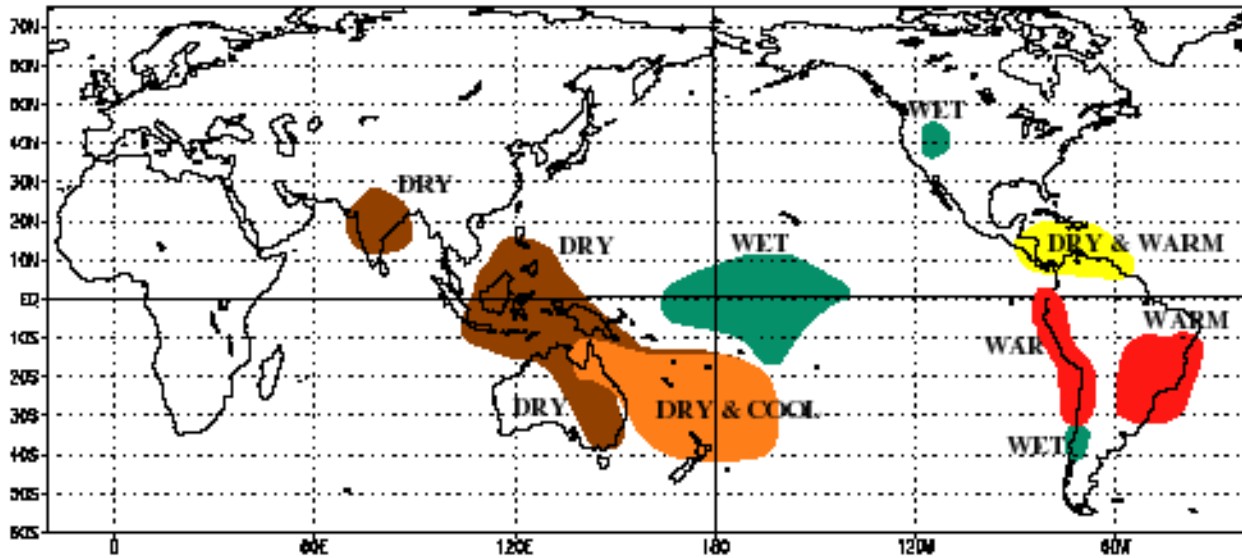


Impacts de El Niño (Episodes Chauds)

WARM EPISODE RELATIONSHIPS DECEMBER - FEBRUARY



WARM EPISODE RELATIONSHIPS JUNE - AUGUST

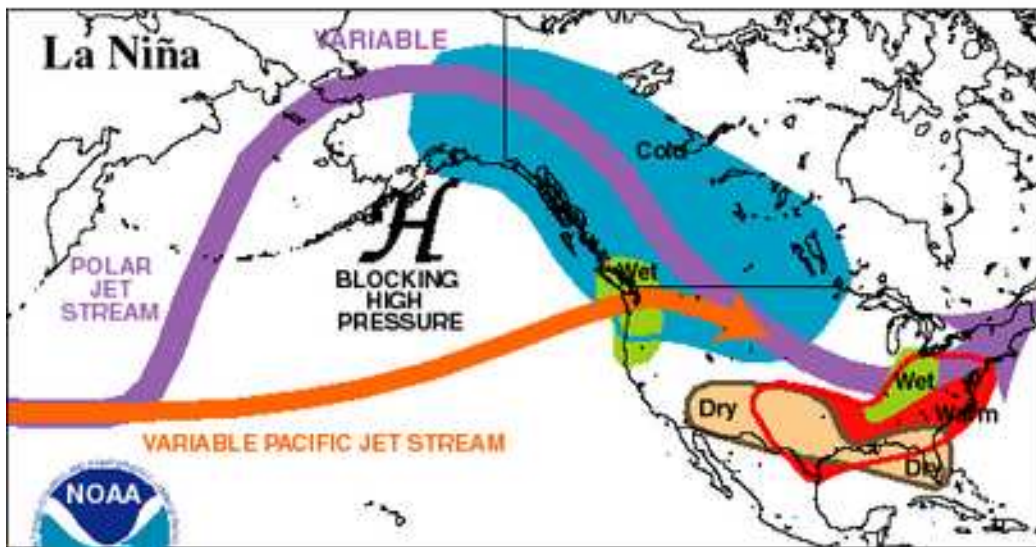
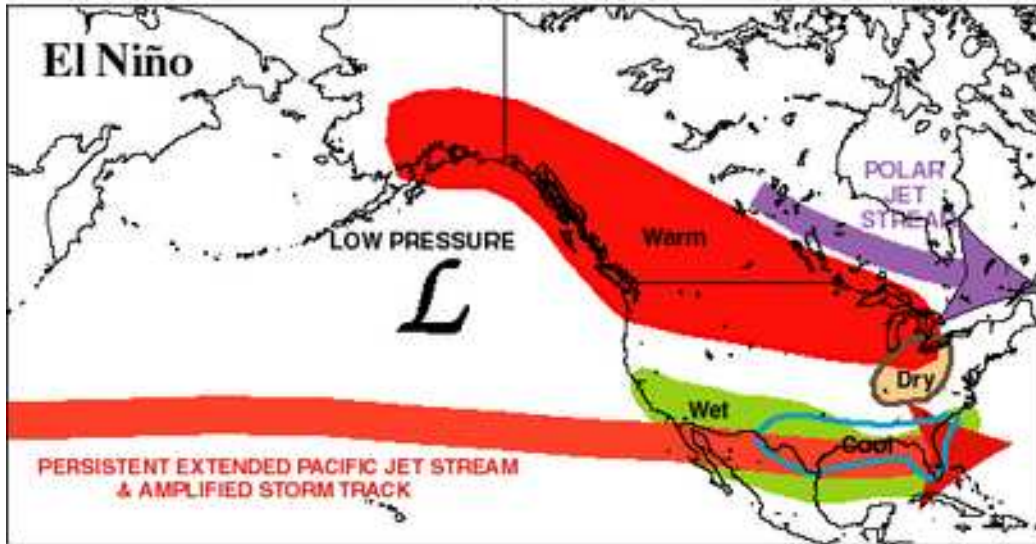


Climate Prediction Center
NCEP

Impacts sur la circulation dans le Pacifique Est

Lien avec le couple des montagnes et donc le moment angulaire produit par ce couple

TYPICAL JANUARY-MARCH WEATHER ANOMALIES AND ATMOSPHERIC CIRCULATION DURING MODERATE TO STRONG EL NIÑO & LA NIÑA

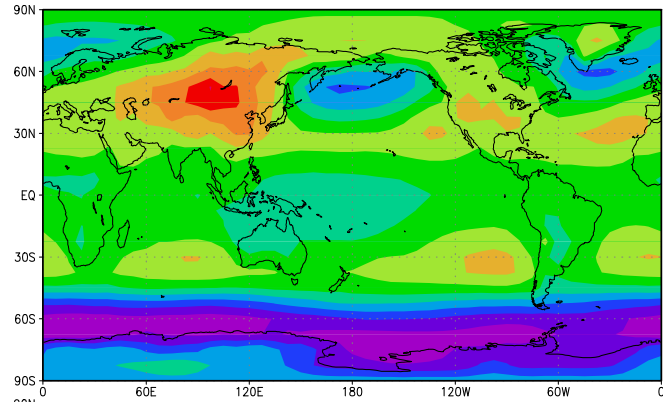


Climate Prediction Center/NCEP/NWS

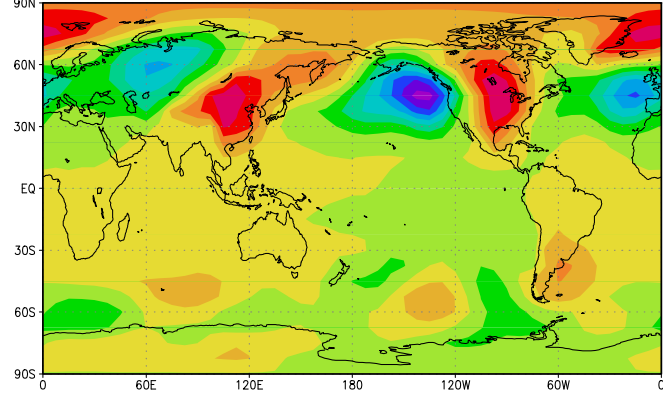
Rappel: Pression au niveau de la mer et Couple des Montagnes

Données NCEP 1958-1997, durant les mois d'hiver

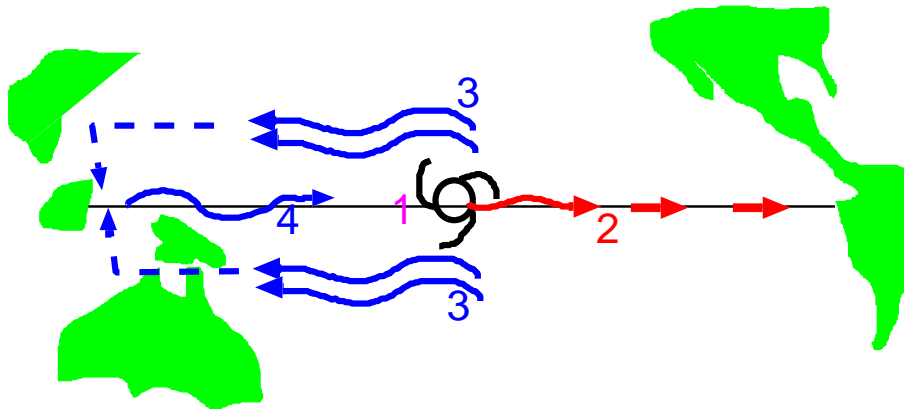
Moyenne d'hiver de P_m



Régression des variations
de P_m sur le couple
des montagnes T_m



Le modèle simple de l'oscillateur retardé pour l'oscillation australe ENSO



Importance des ondes océaniques baroclines équatoriales

Une anomalie de Température positive sur le Pacifique Est ($T(t)$) induit:

1 Anomalie de vent négative au centre du Pacifique.

2 Ondes de Kelvin Equatoriales Océaniques

3 Ondes de Rossby Océaniques décalées par rapport à l'équateur

4 Ondes de Kelvin Equatoriales réfléchies sur le bord Ouest

Lorsque Les ondes de Kelvin arrivent sur le bord Est, elles annulent l'anomalie de Temperature initiale, ce qui induit une modification des vents dan le Pacifique central.

Le modèle simple de l'oscillateur retardé pour l'oscillation australe ENSO

$$\frac{dT(t)}{dt} = aT\left(t - \frac{1}{2}\tau_K\right) - bT\left(t - \left(\frac{1}{2}\tau_R + \tau_K\right)\right) - cT(t)^3$$

τ_K : Temps mis par les ondes de Kelvin pour traverser le bassin

τ_R : Temps mis par les ondes de Rossby pour traverser le bassin

$cT(t)^3$: amortissement nonlinéaire

a, b et c sont des constantes positives

Exemples de réponses pour $\tau_K = 0$ et différentes valeurs de a, b et c :

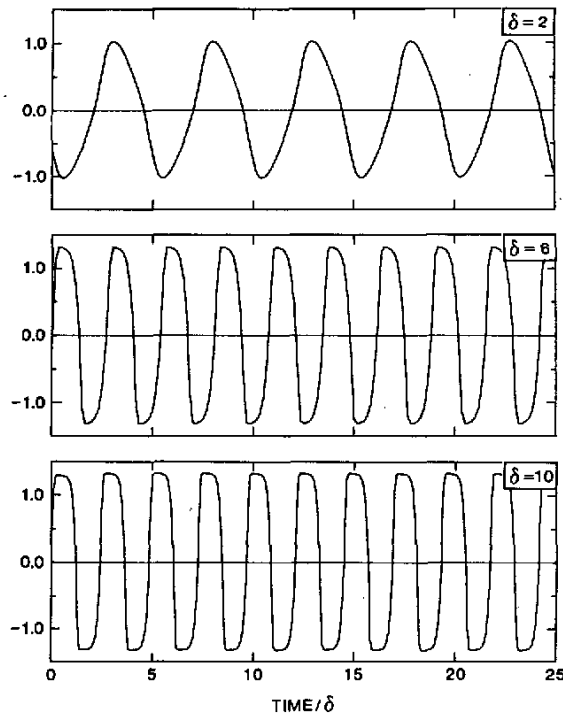


FIG. 4. Behavior of the nonlinear oscillator. (a) $\alpha = 0.75, \delta = 2$, (b) $\alpha = 0.75, \delta = 6$, and (c) $\alpha = 0.75, \delta = 10$. The time axis is scaled in units of the delay.