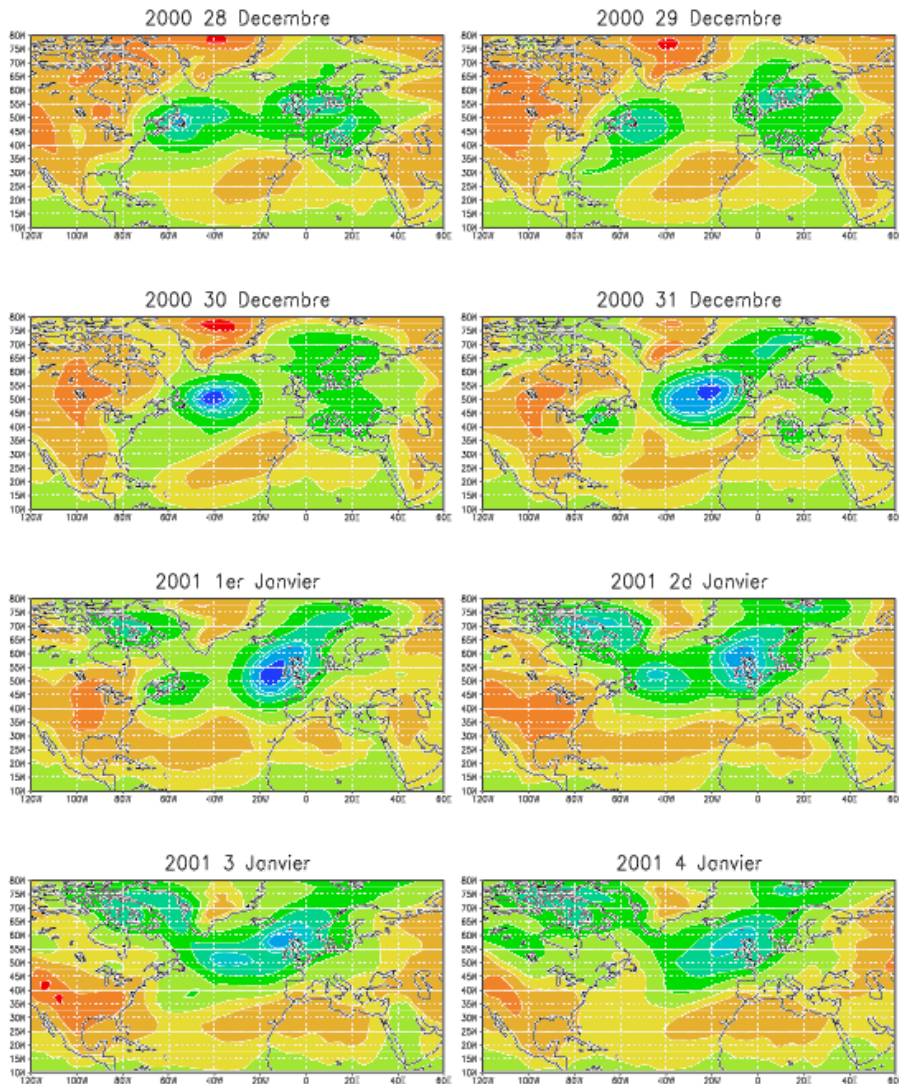


VII.1) Trajectoires "normales" et déviées des dépressions sur l'Atlantique Nord

Trajectoire caractéristique d'une dépression sur l'Atlantique Nord
Données ECMWF (ERA40)



Cartes de pression au niveau de la mer:

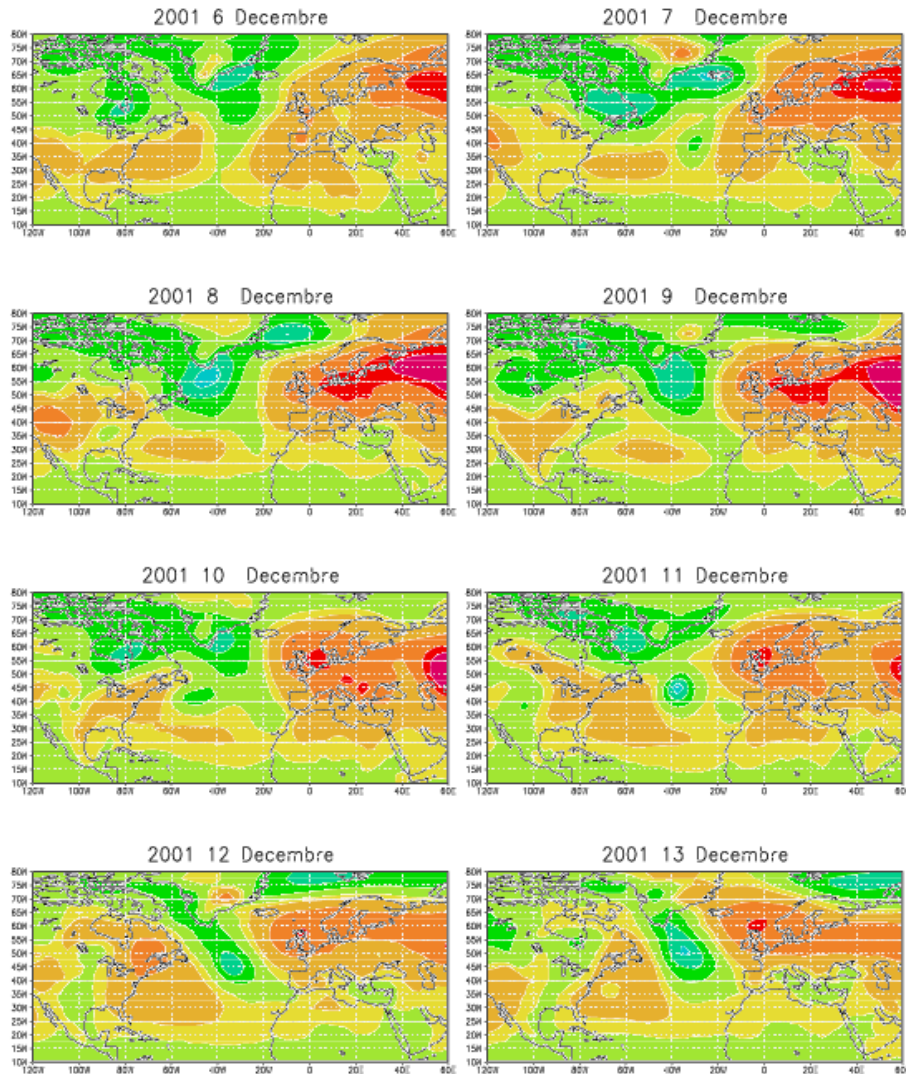
Les dépressions se forment sur l'Atlantique Nord-Est, au voisinage de Terre Neuve.

Elles se creusent en traversant l'Atlantique et mettent 4-5 jours à atteindre l'Europe

VII.1) Trajectoires "normales" et déviées des dépressions sur l'Atlantique Nord

Exemple de la modification de la trajectoire des dépressions sur l'Atlantique Nord

Données ECMWF (ERA40)



Cartes de pression au niveau de la mer:

Les dépressions se forment sur l'Atlantique Nord-Est, au voisinage de Terre Neuve.

Elles se creusent mais restent « bloquées » sur le centre de l'Atlantique par un anticyclone de développant sur l'Europe.

Les dépressions passent éventuellement au Nord ou au Sud de l'Anticyclone.

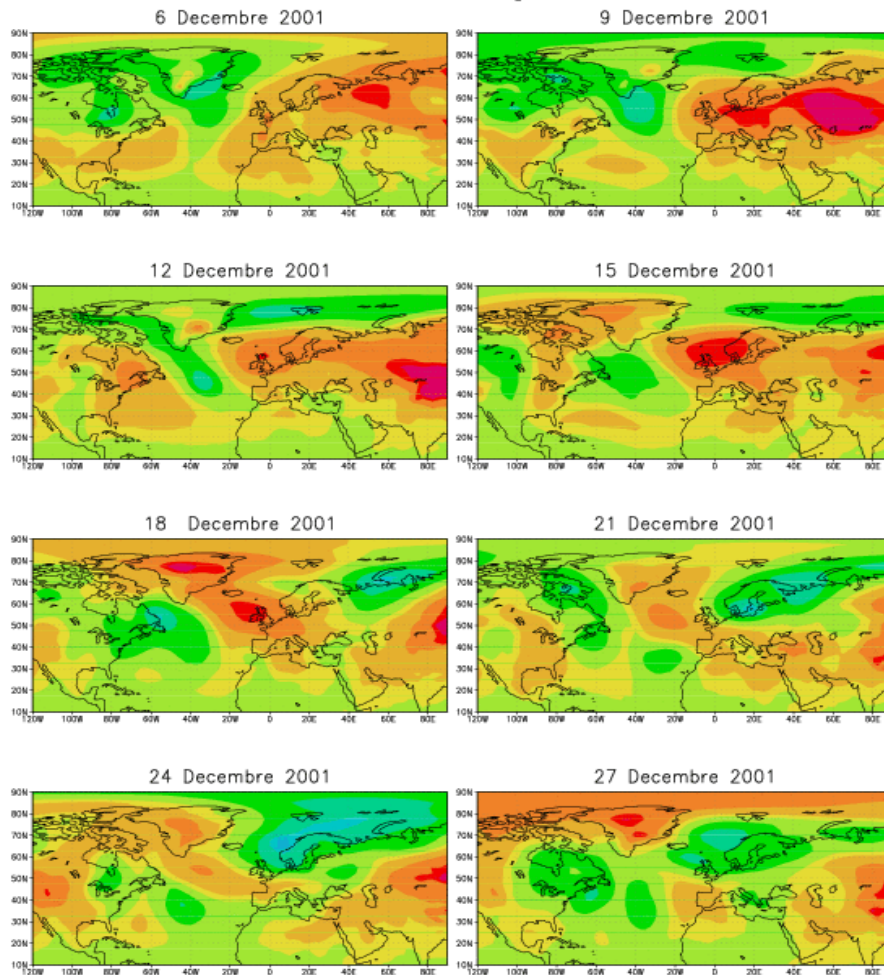
L'Anticyclone s'étale vers l'Ouest au cours du temps.

VII.1) Trajectoires "normales" et déviées des dépressions sur l'Atlantique Nord

Extension de l'anticyclone de Sibérie sur l'Europe de l'Ouest et le Nord de l'Atlantique

Données ECMWF (ERA40)

Pression au niveau de la mer
Cartes tout les 3 jours



Cartes de pression au niveau de la mer (1 carte tout les 3 jours):

Pour illustrer que l'Anticyclone se développe lentement et sur de grandes échelles, on montre ici une carte tout les 3 jours sur un domaine couvrant l'ensemble de l'Europe et de l'Atlantique.

Noter le lent développement vers l'Ouest de l'anticyclone ainsi que sa persistance

Ce comportement est caractéristique d'une situation « bloquée » d'Hiver

Dans ce cas, les dépressions passent au Nord et au Sud de l'Europe (elles évitent l'Angleterre et la France)

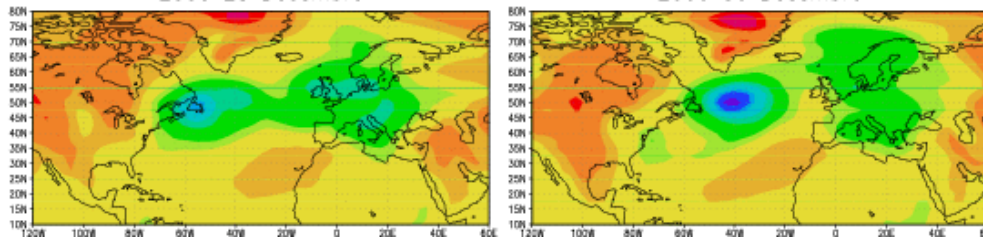
VII.1) Trajectoires "normales" et déviées des dépressions sur l'Atlantique Nord

Cartes de hauteur du géopotentiel à un niveau de Pression donné

Pression au niveau de la mer (5hpa)

2000 28 Decembre

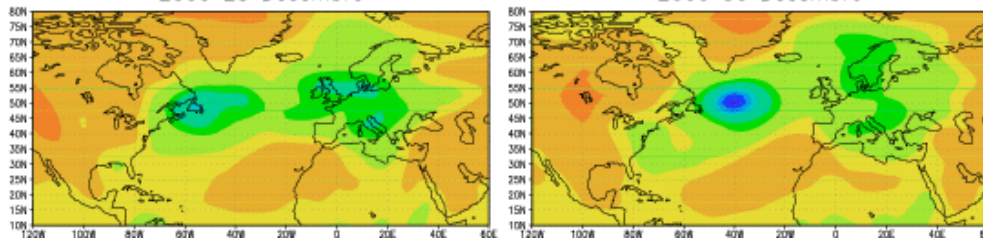
2000 30 Decembre



Hauteur du Geopotential a 1000hPa (50m)

2000 28 Decembre

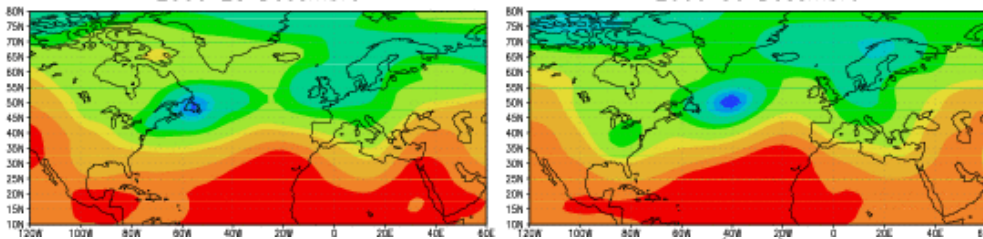
2000 30 Decembre



Hauteur du Geopotential a 700hPa (50m)

2000 28 Decembre

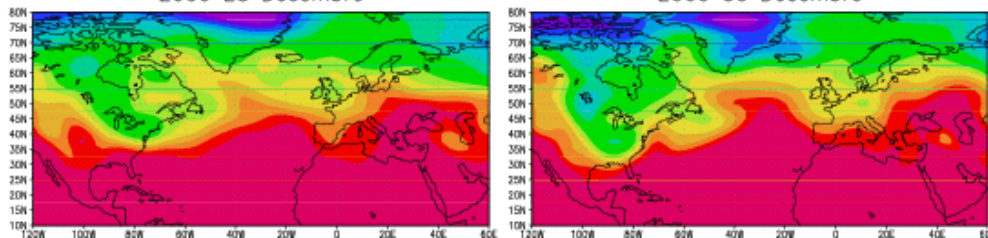
2000 30 Decembre



Temperature de l air a 850hPa (3k)

2000 28 Decembre

2000 30 Decembre



La pression au niveau de la mer est une donnée interpolée et qui a peu de sens au dessus des terres (à cause des montagnes).

On lui préfère des cartes de géopotentiel à un niveau de pression donné.

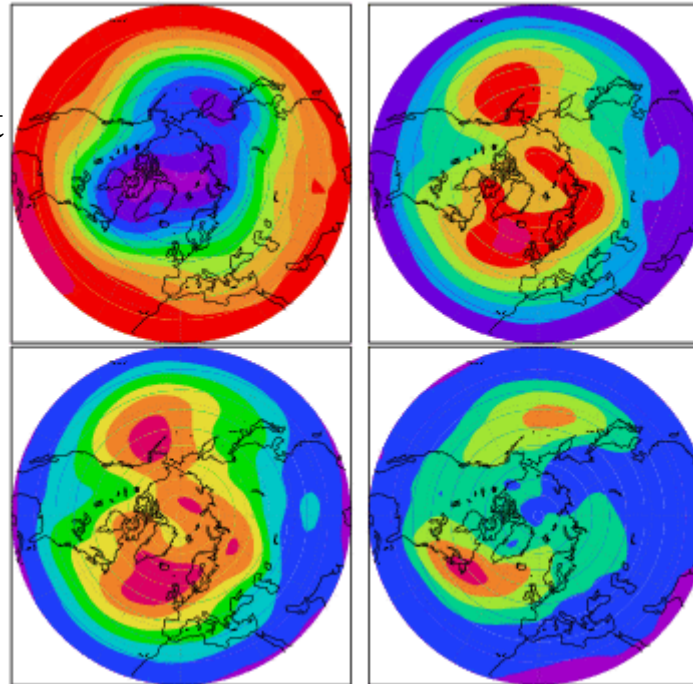
On vérifie ici en comparant les Figures qu'elles contiennent sensiblement la même information.

Le champ de T montre que devant une dépression est advecté de l'air chaud (et donc humide) ce qui amène des précipitations. (1 carte tout les 3 jours):

VII.2) Analyses statistiques de cartes météorologiques (I): moyennes, variances et composites avec test de Student Statistiques du Géopotential à 700hPa, Mois d'Hiver (DJF) 1958-1997, Données NCEP

Moyenne:

Noter l'intensification du jet d'Ouest à l'Est des continents, et son élargissement à l'Est des Océans.



Déviatiion Standard:

Les maxima de variabilité sont à l'Est des Océans, ils sont plus dus à la variabilité de la trajectoire des dépressions qu'au dépressions elles-mêmes

Déviatiion Standard

Basse Fréquence:

Elle décrit l'essentiel de la déviatiion standard totale

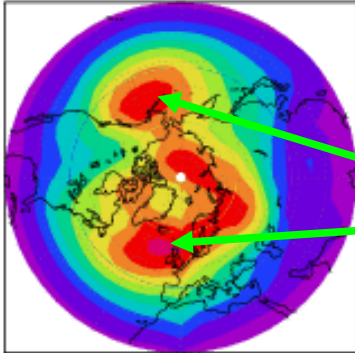
Déviatiion Standard

Haute Fréquence:

Elle décrit la variabilité associée directement au développement des dépressions et à leur traversé de l'Atlantique Ouest (on parle du couloir dépressionnaire)

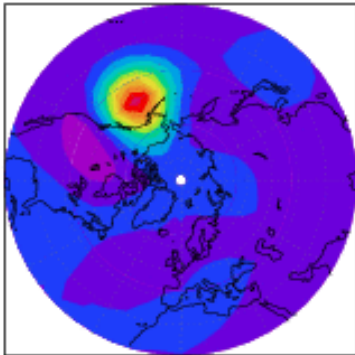
Remarques: Ici la basse fréquence est définie en utilisant un filtre passe-bas très simple, la moyenne des cartes sur 3 jours consécutifs.

VII.2) Analyses statistiques de cartes météorologiques (I): moyennes, variances et composites avec test de Student Statistiques du Géopotential à 700hPa, Mois d'Hiver (DJF) 1958-1997, Données NCEP



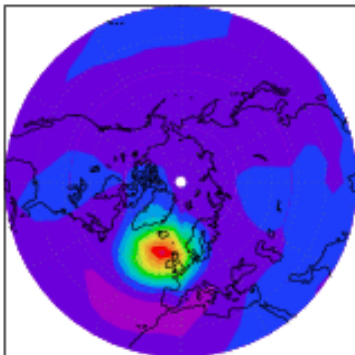
Déviatiun Standard Basse Fréquence:

Elle décrit l'essentiel de la déviatiun standard totale.
Elle indique deux centres de variabilité très forte
(centres d'actions), sur le Pacifique et l'Atlantique
Nord-Est



Corrélation Basse Fréquence avec le centre du Pacifique:

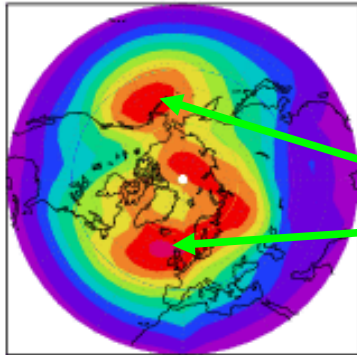
Noter l'étendue, et l'anticorrelation sur le continent
Américain



Corrélation Basse Fréquence avec le centre de l'Atlantique:

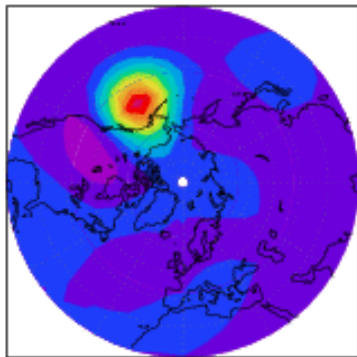
Noter l'étendue, et l'anticorrelation sur l'Atlantique
subtropical

VII.2) Analyses statistiques de cartes météorologiques(I): moyennes, variances et composites avec test de Student Statistiques du Géopotential à 700hPa, Mois d'Hiver (DJF) 1958-1997, Données NCEP



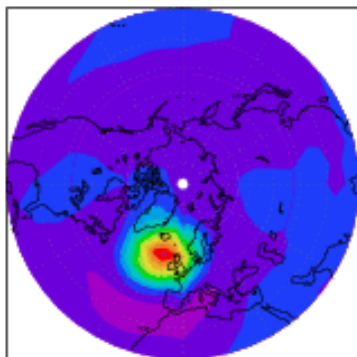
Déviatiun Standard Basse Fréquence:

Elle décrit l'essentiel de la déviatiun standard totale.
Elle indique deux centres de variabilité très forte
(centres d'actions), sur le Pacifique et l'Atlantique
Nord-Est



Corrélation Basse Fréquence avec le centre du Pacifique:

Noter l'étendue, et l'anticorrelation sur le continent
Américain



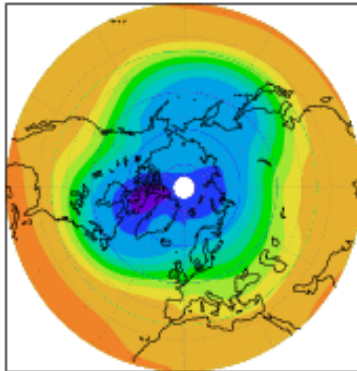
Corrélation Basse Fréquence avec le centre de l'Atlantique:

Noter l'étendue, et l'anticorrelation sur l'Atlantique
subtropical

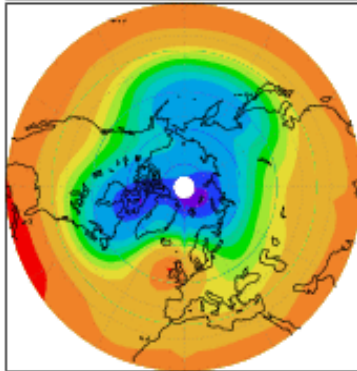
VII.2) Analyses statistiques de cartes météorologiques (I): moyennes, variances et composites avec test de Student

Moyennes et composites suivant la hauteur du Géopotential sur l'Atlantique
Nord-Est (15°W , 58°N)

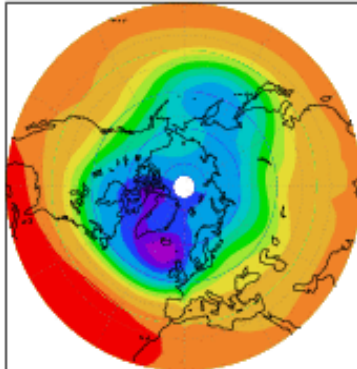
Mois d'Hiver (DJF) 1958-1997, Données NCEP



Moyenne d'Hiver

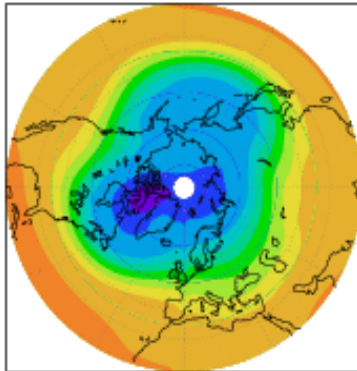


Composite sur les anomalies positives:
Situations de blocage

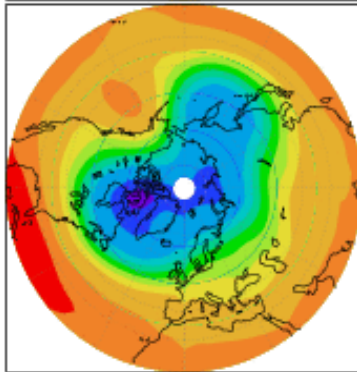


Composite sur les anomalies négatives:
Situations zonales

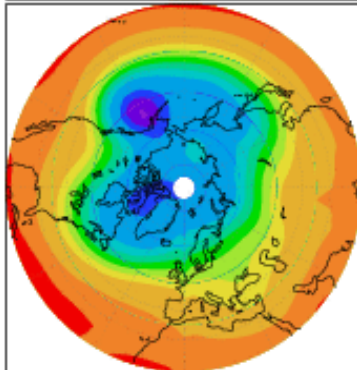
VII.2) Analyses statistiques de cartes météorologiques (I):
moyennes, variances et composites avec test de Student
Moyennes et composites suivant la hauteur du Géopotential sur le Pacifique
Nord-Est (150°W, 50°N)
Mois d'Hiver (DJF) 1958-1997, Données NCEP



Moyenne d'Hiver



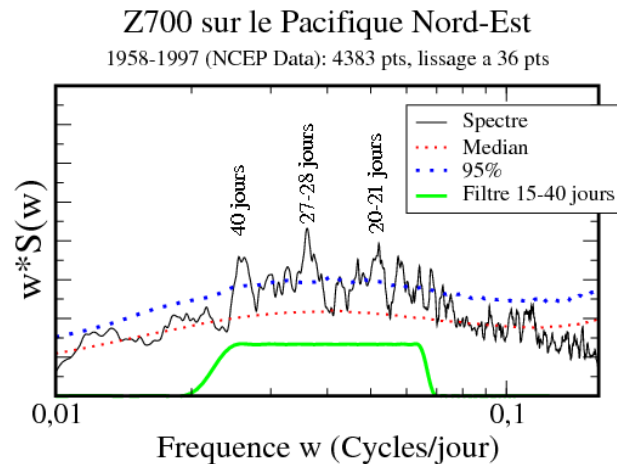
Composite sur les anomalies positives:
Situations de blocage



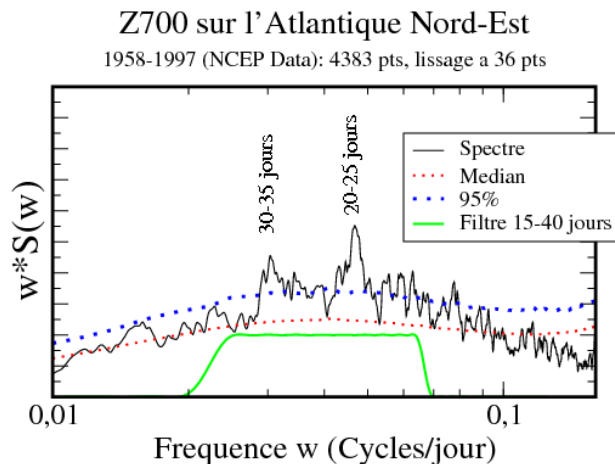
Composite sur les anomalies négatives:
Situations zonales

VII.2) Analyses statistiques de cartes météorologiques (I): moyennes, variances et composites avec test de Student Analyses spectrales du Géopotential sur les centres d'action Pacifique et Atlantique (Evidences d'Oscillations à 15-40 jours?)

Données NCEP sans cycle annuel 1958-1997



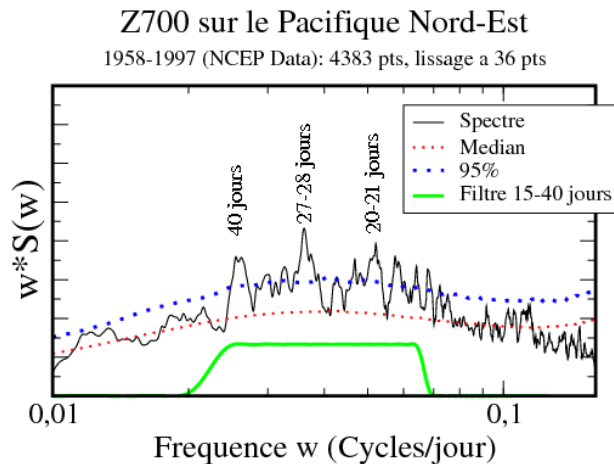
On note un accroissement de la variance dans la bande 15-40 jours. Quelques pics sont significatifs à 95% (faible) dans cette bande.



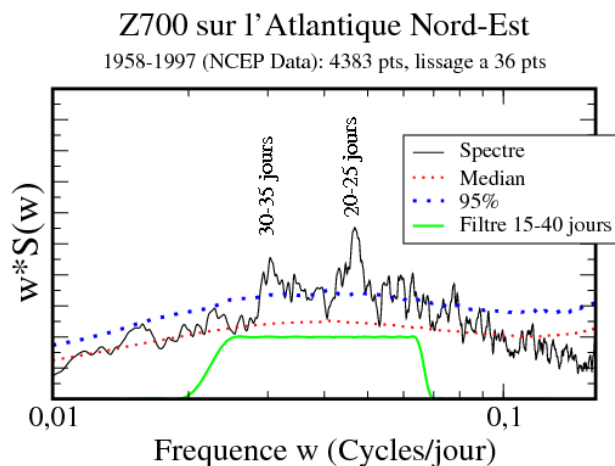
On filtre les signaux pour retenir cette bande de fréquence, et isoler les phénomènes produisant cette variabilité.

VII.2) Analyses statistiques de cartes météorologiques (I): moyennes, variances et composites avec test de Student Analyses spectrales du Géopotential sur les centres d'action Pacifique et Atlantique (Evidences d'Oscillations à 15-40 jours?)

Données NCEP sans cycle annuel 1958-1997



On note un accroissement de la variance dans la bande 15-40 jours. Quelques pics sont significatifs à 95% (faible) dans cette bande.



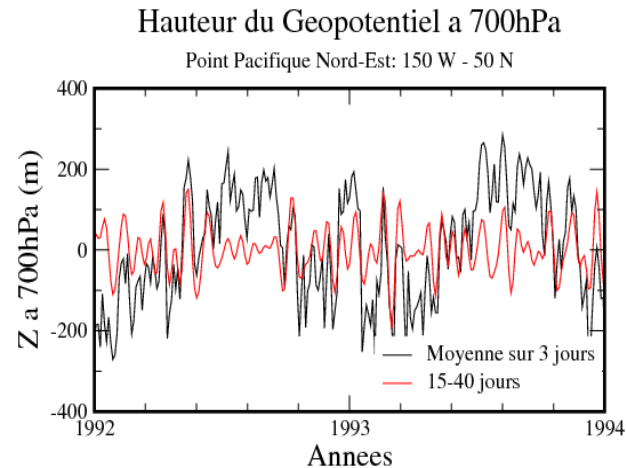
On filtre les signaux pour retenir cette bande de fréquence, et isoler les phénomènes produisant cette variabilité.

Voir Chapitre VI.1)

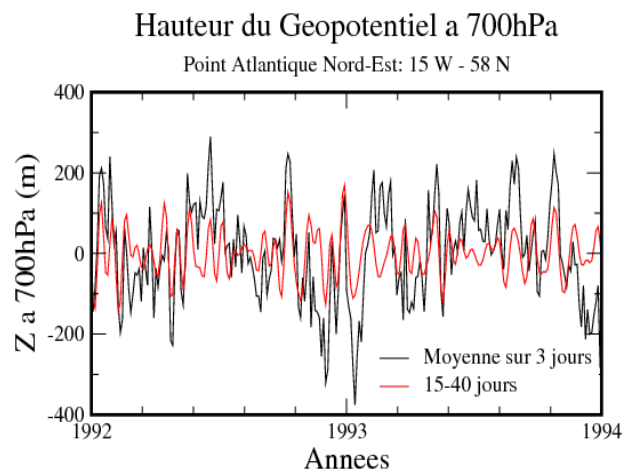
VII.2) Analyses statistiques de cartes météorologiques (I): moyennes, variances et composites avec test de Student

Reconstruction des séries du Géopotential sur les centres d'action Pacifique et Atlantique, et dans la bande 15-40 jours

Données NCEP sans cycle annuel 1958-1997



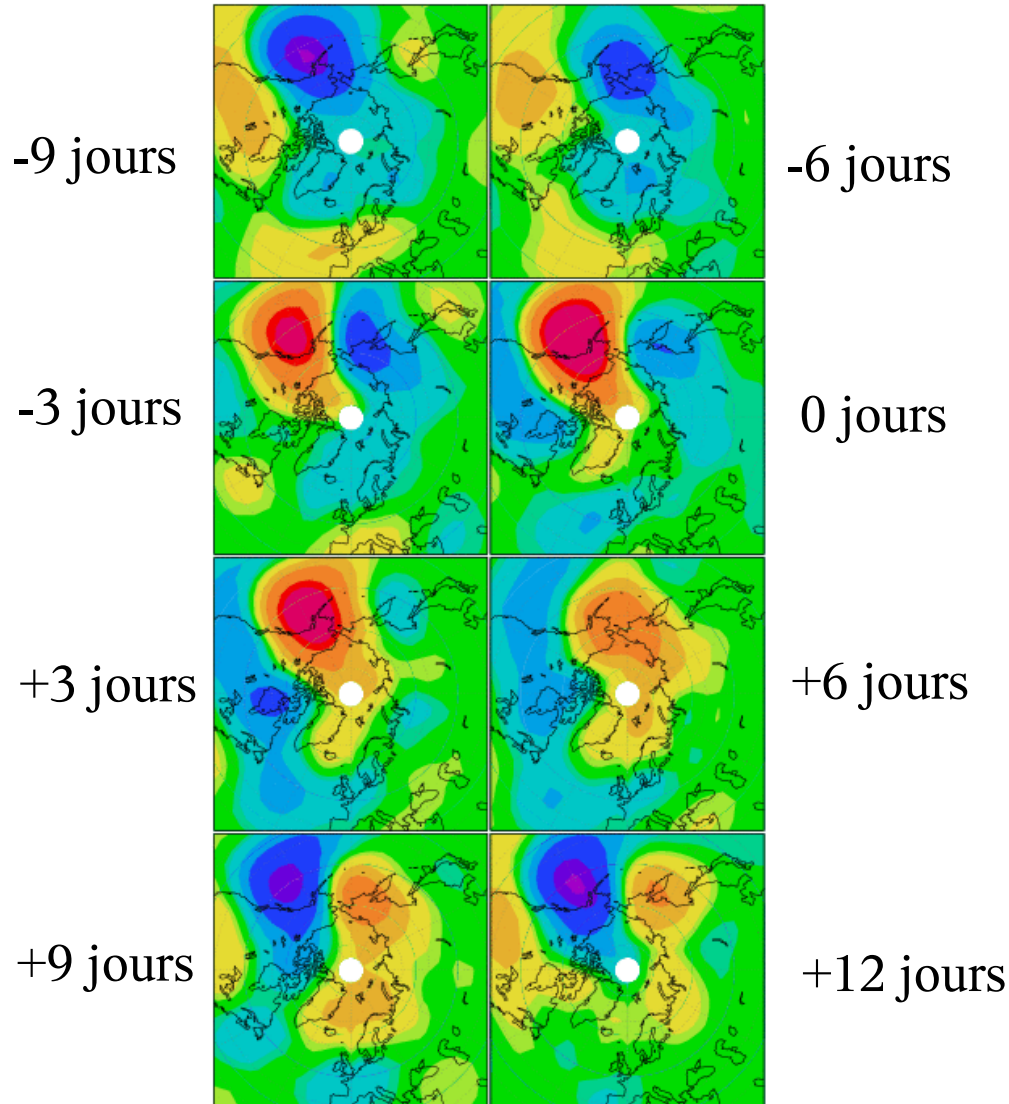
On note que les signaux filtrés reproduisent une bonne partie du signal original (c'est important!)



VII.2) Analyses statistiques de cartes météorologiques (I): moyennes, variances et composites avec test de Student

Composites des cartes de Géopotential à 700hPa indexées sur le centre d'action du Pacifique. Toutes les données sont filtrés dans la bande 15-40j

Données NCEP sans cycle annuel 1958-1997

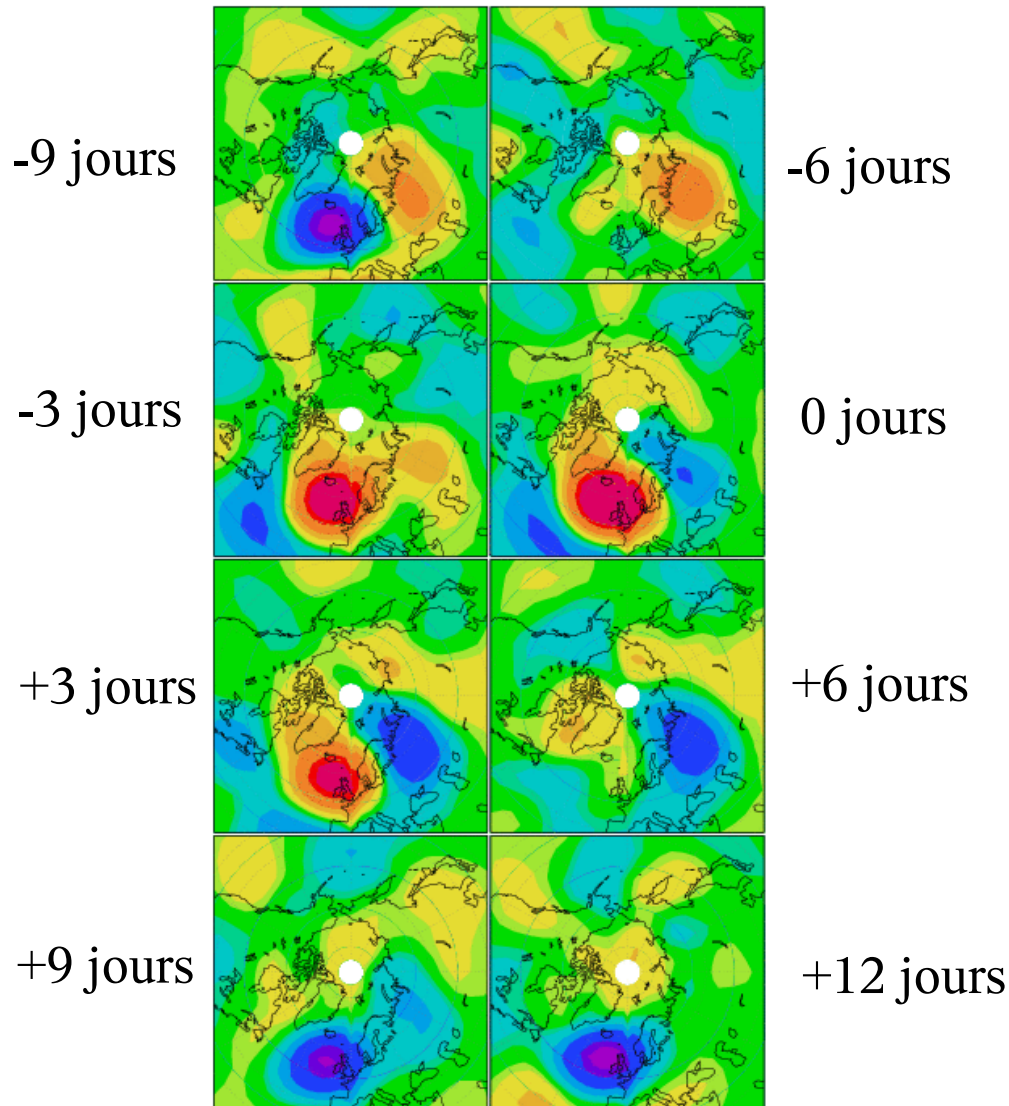


On note la propagation vers l'Ouest du signal basse fréquence, depuis les Grandes Plaines d'Amérique du Nord vers le Pacifique.

VII.2) Analyses statistiques de cartes météorologiques (I): moyennes, variances et composites avec test de Student

Composites des cartes de Géopotentiel à 700hPa indexées sur le centre d'action de l'Atlantique. Toutes les données sont filtrés dans la bande 15-40j

Données NCEP sans cycle annuel 1958-1997



On note la propagation vers l'Ouest du signal basse fréquence, depuis le Nord de la Russie vers l'Atlantique.

VII.2) Analyses statistiques de cartes météorologiques (I):

moyennes, variances et composites avec test de Student

Composites du moment angulaire et du couple des montagnes, indexés sur le centres d'actions du Pacifique et de l'Atlantique. Toutes les données sont filtrés dans la bande 15-40j

Données NCEP sans cycle annuel 1958-1997

Motivation:

Les structures de grande échelle affecte la pression au sol près de grand massifs montagneux (Rocheuse, Groenland et Himalaya).

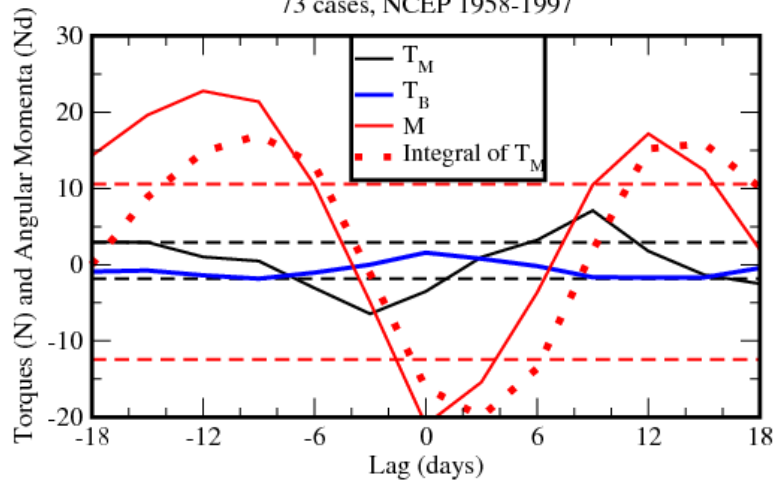
Cela donne lieu à un couple des montagnes T_M , elles sont donc peut-être détectable dans le moment angulaire de l'Atmosphère, M .

Le modèle simple en VII.4), est basé sur des interactions entre l'atmosphère et les massifs montagneux.

Les lignes pointillées sont des niveaux de confiance à 1% pour T_M et M basés sur un test de Student

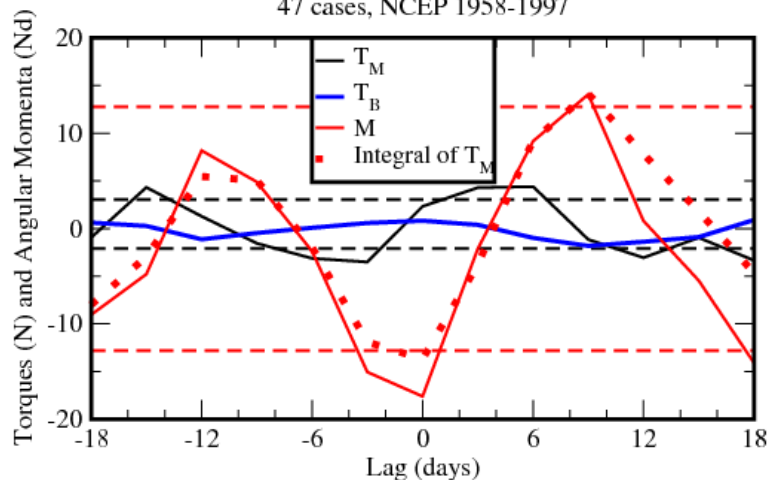
M and T cycle during 15-40 days Pacific oscillations

73 cases, NCEP 1958-1997



M and T cycle during 15-40 days Atlantic oscillations

47 cases, NCEP 1958-1997



VII.2) Analyses statistiques de cartes météorologiques (I): moyennes, variances et composites avec test de Student

Principes du test de Student appliqué aux composites de T_M selon les variations de Z sur le Pacifique (Z_{PAC})

On sélectionne n_X jours où $Z_{PAC} > V_1$ et n_Y jours où $Z_{PAC} < V_2$

On définit: $X = \{x_1, \dots, x_{n_X}\}$ les n_X réalisations de T_M et $Y = \{y_1, \dots, y_{n_Y}\}$ les n_Y réalisations de T_M

Hypothèses:

Chaque réalisation de X et de Y sont indépendantes les unes des autres: en pratique les prendre assez éloignées les unes des autres et dans le temps pour qu'elles soient décorréélées.

Les distributions qui génèrent X et Y sont normales, et ont la même variance σ

Distribution normale pour X :

$$P(a < X < b) = \int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu_X)^2}{2\sigma^2}} dx$$

On forme les estimateurs pour les moyennes

$$\hat{\mu}_X = \frac{1}{n_X} \sum_1^{n_X} x_i, \quad \hat{\mu}_Y = \frac{1}{n_Y} \sum_1^{n_Y} y_i$$

Et l'estimateur de la déviation standard:

$$S_p^2 = \frac{\sum_1^{n_X} (x_i - \hat{\mu}_X)^2 + \sum_1^{n_Y} (y_i - \hat{\mu}_Y)^2}{n_X + n_Y - 2}$$

Et on définit le composite: $\hat{\mu}_X - \hat{\mu}_Y$

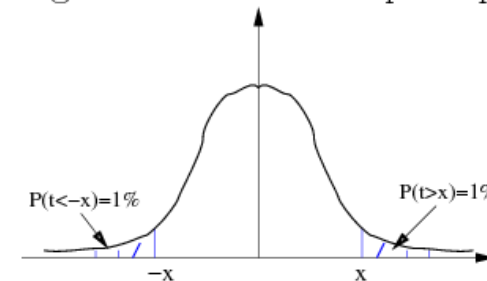
Hypothèse nulle: $\mu_X - \mu_Y = 0$

Si l'hypothèse nulle est vraie, la variable

$$t = \frac{\hat{\mu}_X - \hat{\mu}_Y}{S_p \sqrt{\frac{1}{n_X} + \frac{1}{n_Y}}}$$

suit une distribution de Student à $n_X + n_Y - 2$ degrés de liberté.

Schéma grossier illustrant le principe du test:



On trouve des tables pour les valeurs de x en fonction du nombre de degré de liberté et du pourcentage de confiance désiré un peu partout.

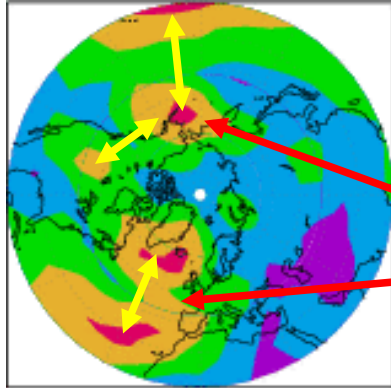
Noter que pour n_X et n_Y grands $x \approx 2.45$ pour un niveau de confiance à 1%.

VII.3) Analyses statistiques de cartes météorologiques (II): cartes d'anticorrelation et EOFs

Teleconnections: maxima d'anticorrelation entre des points distants

Géopotential à 700hPa, Mois d'Hiver (DJF) 1958-1997,

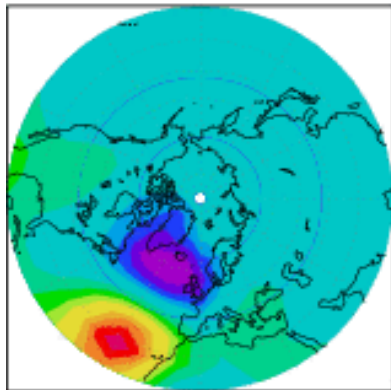
Données NCEP



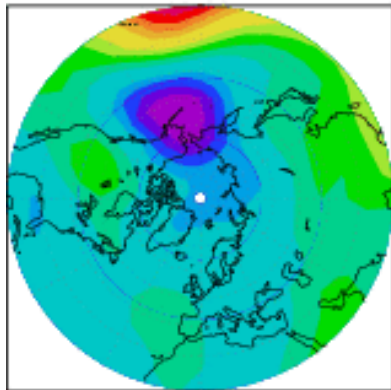
Maxima d'anticorrelations:

Pacifique Nord Est, Continent Américain et Pacifique Subtropical: PNA

Atlantique Nord et Atlantique Subtropicale: NAO



Corrélation avec la NAO (North Atlantic Oscillation):



Corrélation avec la PNA (Pacific North-American Pattern):

VII.3) Analyses statistiques de cartes météorologiques (II): cartes d'anticorrelation et EOFs

L'analyse en Composante Principales (EOFs)

Objectifs:

Lier les cartes de variance en un point et les cartes d'autocorrélation.

Mettre en évidence les structures dominant la variabilité de l'atmosphère

On décrit les champs météorologiques par un vecteur $\vec{Z}(t)$ dont les composantes $Z_i(t)$ représentent la hauteur du géopotential en M points couvrant un secteur donné.

$$\vec{Z}(t) = \begin{pmatrix} Z_1(t) \\ Z_2(t) \\ \vdots \\ Z_M(t) \end{pmatrix}$$

On forme la matrice d'Autocorrélation:

$$\vec{C} = \langle \vec{Z} \cdot {}^t\vec{Z} \rangle = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \vec{Z}(t) {}^t\vec{Z}(t)$$

Il s'agit d'une matrice symétrique définie positive.

La variance totale est donnée par: $tr \vec{C}$

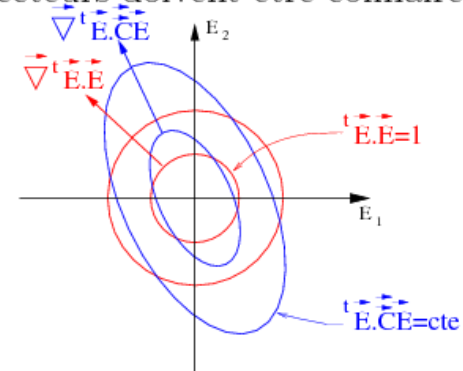
La variance selon une structure spatiale \vec{E} est donnée par

$$\langle {}^t\vec{E} \vec{Z} \cdot {}^t\vec{E} \vec{Z} \rangle = {}^t\vec{E} \vec{C} \vec{E}.$$

On cherche les vecteurs de norme 1 (${}^t\vec{E}\vec{E} = 1$) maximisant la variance. On applique pour cela la méthode des multiplicateurs de Lagrange:

$$\vec{\nabla} ({}^t\vec{E} \vec{C} \vec{E}) = \lambda \vec{\nabla} ({}^t\vec{E} \vec{E})$$

Les deux vecteurs doivent être colinéaires:



Cela revient à résoudre:

$$\vec{C} \vec{E} = \lambda \vec{E}$$

EOFs: les vecteurs \vec{E} sont orthonormaux et forment une base complète. Ce sont les Fonctions Empiriques Orthogonales.

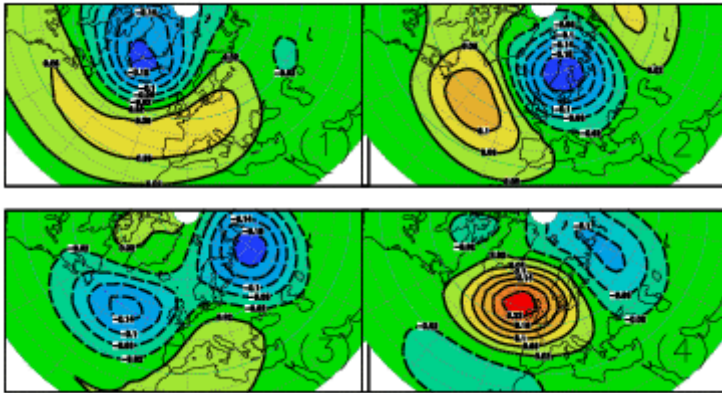
λ : Les valeurs propres donnent le pourcentage de la variance totale que représente \vec{E} .

PCs: Les champs peuvent s'écrire sous la forme, $\vec{Z}(t) = \sum_{j=1}^M a_j(t) \vec{E}_j$. Les $a_j(t)$ sont les Composantes Principales.

VII.3) Analyses statistiques de cartes météorologiques (II): cartes d'anticorrelation et EOFs

EOFs sur l'Atlantique (DJF 1958-2001, données NCEP)

Secteur: 90°W-90°E, 30°N-90°N



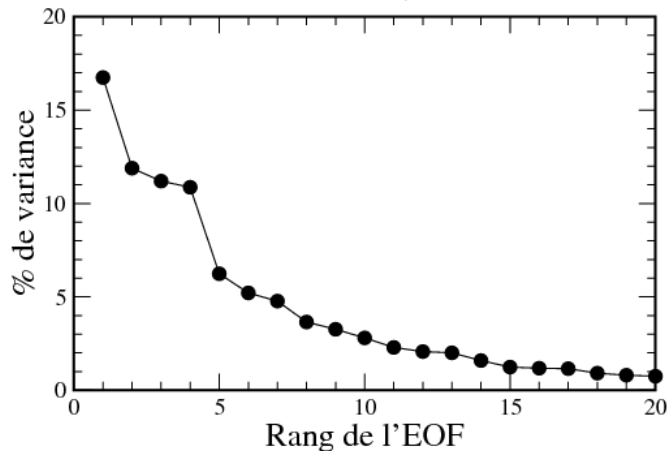
La 1ère EOF décrit des fluctuations en intensité et en position du jet aux moyennes latitudes.

Elle ressemble à l'Oscillation Arctique et représente 17% de la variance.

Ses fluctuations affectent le climat moyen sur l'Europe de l'Ouest

EOFs Hiver (DJF) Secteur Atlantique

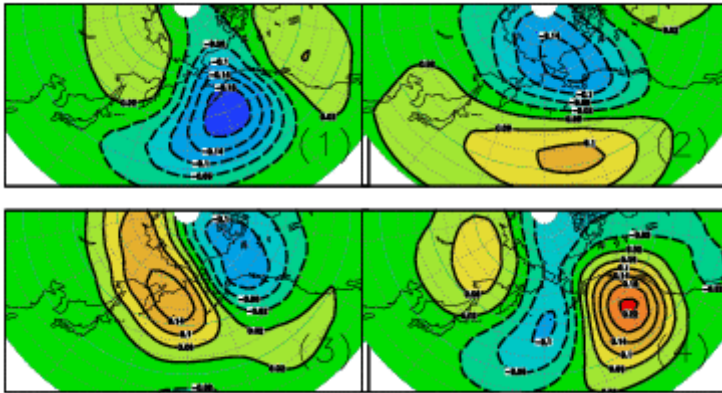
Données NCEP 1958-2001



VII.3) Analyses statistiques de cartes météorologiques (II): cartes d'anticorrelation et EOFs

EOFs sur le Pacifique (DJF 1958-2001, données NCEP)

Secteur: $90^{\circ}\text{E}-90^{\circ}\text{W}$, $30^{\circ}\text{N}-90^{\circ}\text{N}$



La 1ère EOF décrit des fluctuations en intensité et en position du jet d'Hawai

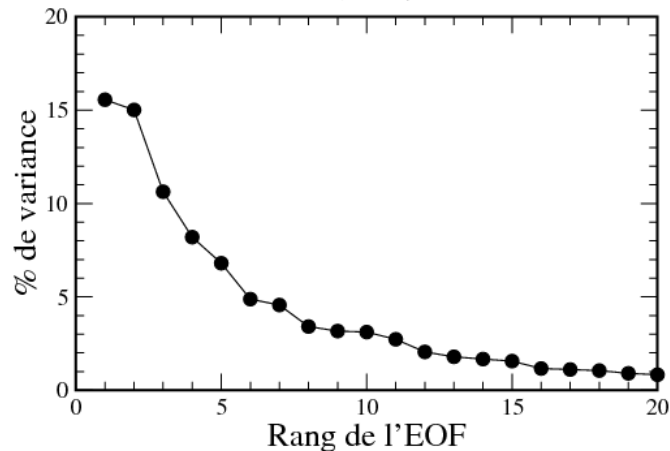
Elle gère les blocages sur le Pacifique Nord-Est

La seconde ressemble à la PNA

Les fluctuations de ces deux structures affectent le climat moyen sur l'Ouest du continent Américain, elles représentent 30% de la variabilité

EOFs Hiver (DJF) Secteur Pacifique

Données NCEP 1958-2001

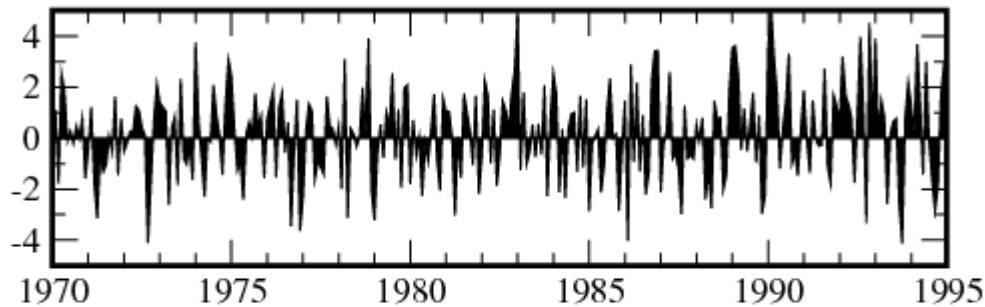


VII.4) Les grandes structures de la variabilité sur l'Atlantique Nord (la NAO) et le Pacifique Nord (la PNA)

Echelles de temps caractéristiques des variations de l'Oscillation Nord Atlantique

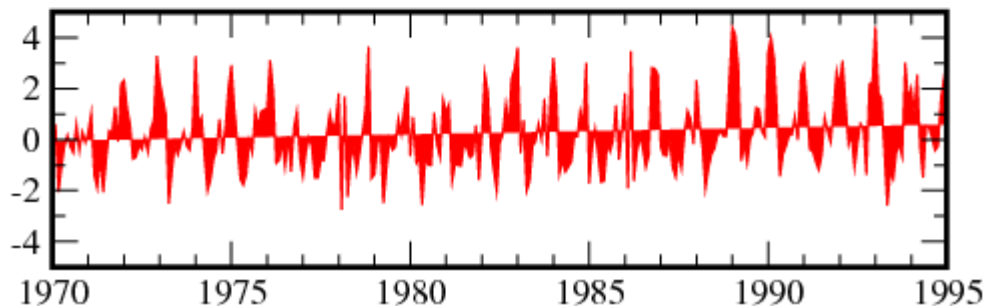
1958-1997, Données NCEP

NAO Index, Différence de Pression Lisbonne-Islande
Données disponibles depuis 1825



On voit sur ces données que les variations de pression entre le Portugal et l'Islande suivent bien la PC1 associées à la NAO.

Projection sur l'EOF 1 d'Hiver
 $Z_{700 \text{ hPa}}$ (Données NCEP, disponibles depuis 1950)

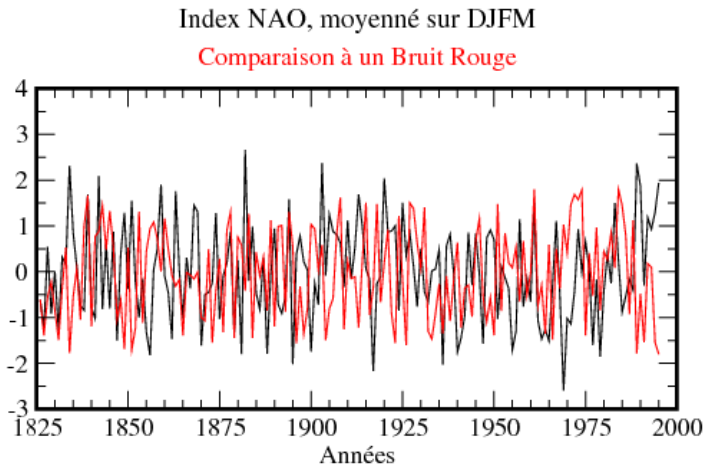


On peut donc remonter jusqu'en 1925 pour connaître les échelles de temps de la variabilité climatique associée à la NAO

VII.4) Les grandes structures de la variabilité sur l'Atlantique Nord (la NAO) et le Pacifique Nord (la PNA)

Echelles de temps caractéristiques des variations de l'Oscillation

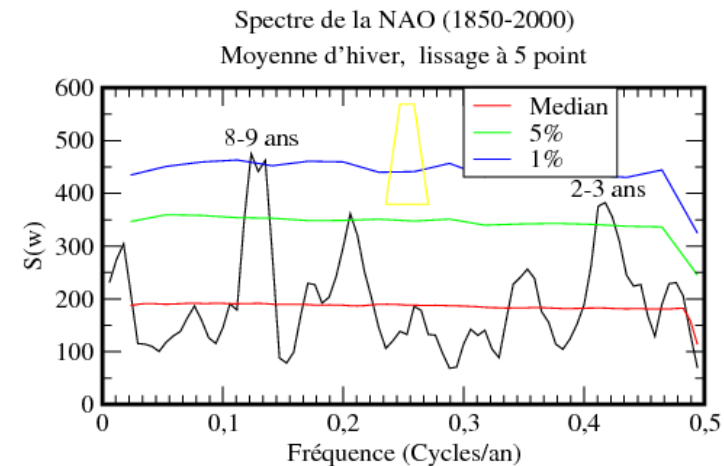
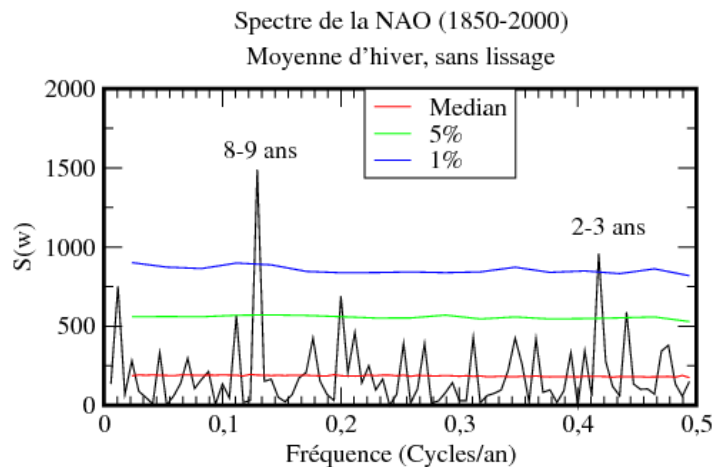
Nord Atlantique. 1958-1997, Données NCEP



C'est très peu différent d'un bruit rouge!
Peut-on parler d'une oscillation?

Un pic peu énergétique est présent autour de 10 ans suggérant une oscillation à cette période.

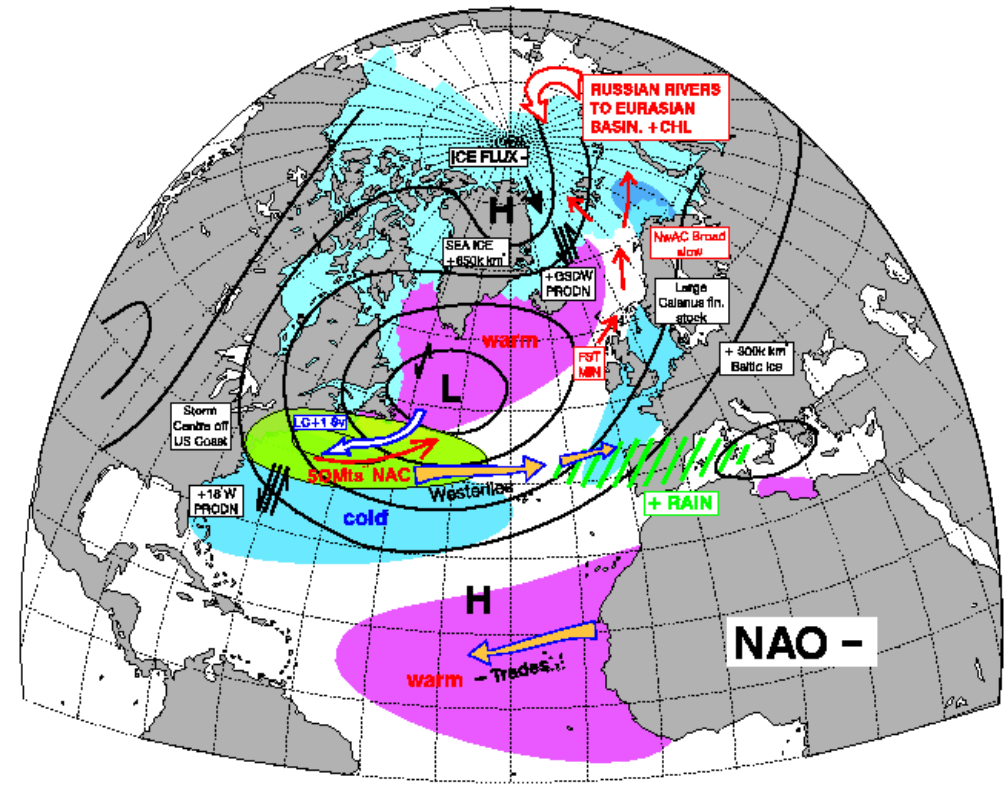
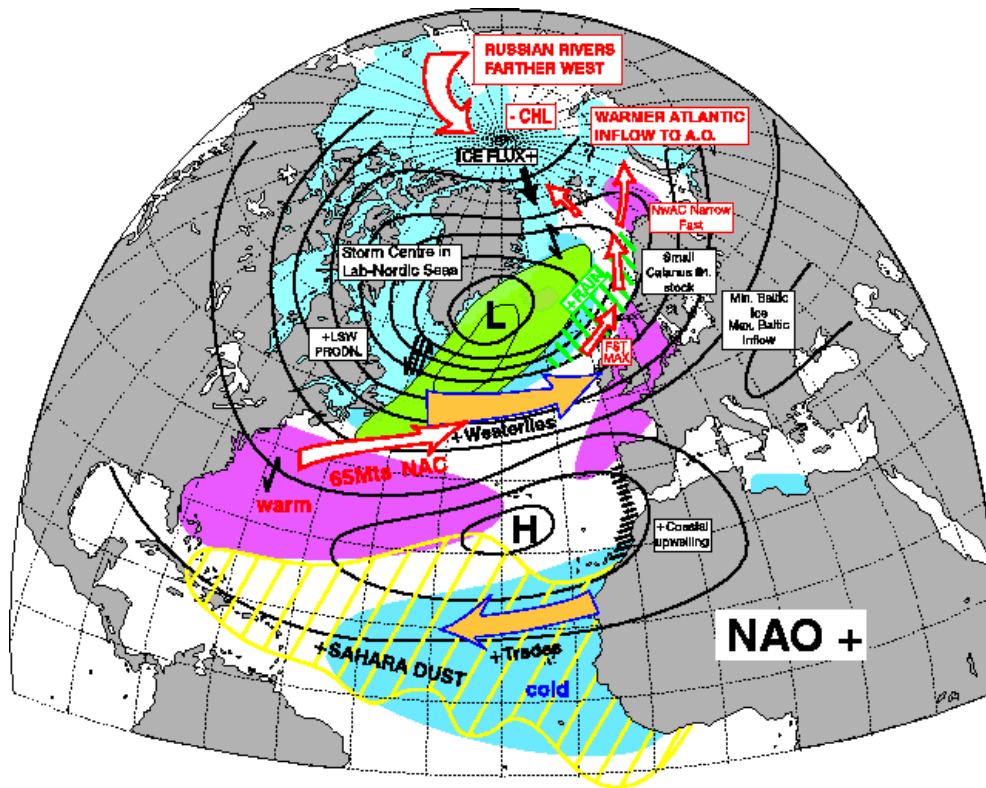
Le lissage élargie le pic, mais il n'est plus significatif qu'à 95% (c'est peu).



VII.4) Les grandes structures de la variabilité sur l'Atlantique Nord (la NAO) et le Pacifique Nord (la PNA)

L'Oscillation Nord Atlantique

(issues du site de D. B. Stephenson: www.met.rdg.ac.uk)



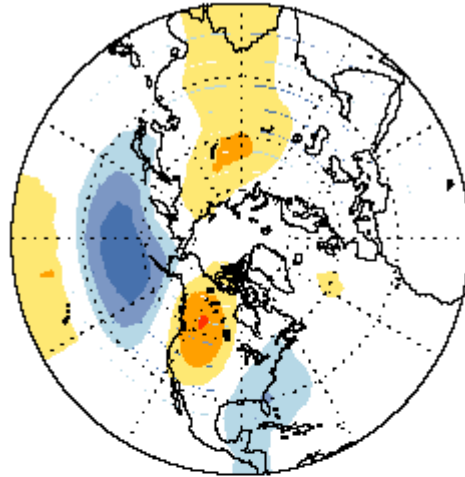
VII.4) Les grandes structures de la variabilité sur l'Atlantique Nord (la NAO) et le Pacifique Nord (la PNA)

La structure Pacifique Amérique du Nord

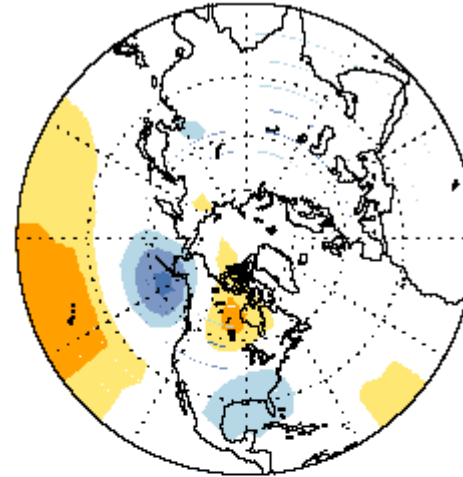
(issues du site du Climate Prediction Center: www.cpc.ncep.noa.gov)

PACIFIC/NORTH AMERICAN PATTERN (PNA)

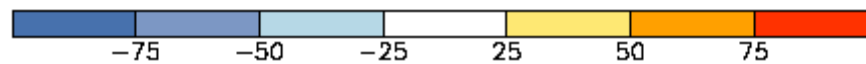
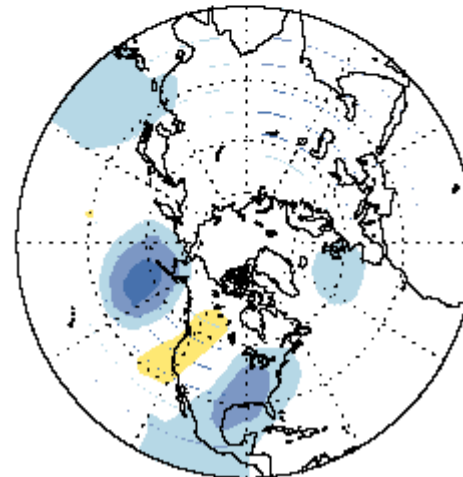
January



April



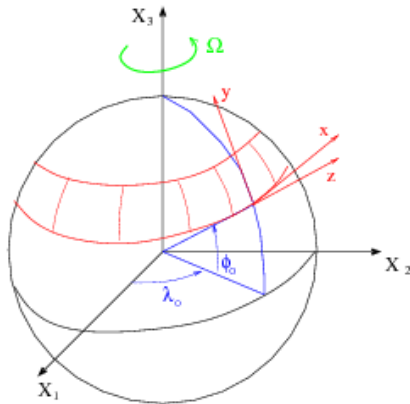
October



VII.5) Le modèle simple de la variabilité basse fréquence aux moyennes latitudes

Charney et DeVore (1979)

Approximation du plan β



Dérivée particulière:

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \frac{u\lambda}{a \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \lambda} + \frac{u\phi}{a} \frac{\partial}{\partial \phi} + w \frac{\partial}{\partial r}$$

$$\approx \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z}$$

Avec: $x = a \cos \phi_0 (\lambda - \lambda_0)$, $y = a (\phi - \phi_0)$, et $z = r - a$.

Terme de Coriolis:

$$2\Omega \sin \phi \approx 2\Omega \sin \phi_0 + 2\Omega \cos \phi_0 (\phi - \phi_0)$$

$$\approx f_0 + \beta y$$

Continuité: $(\text{div} \vec{u} = 0) \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$

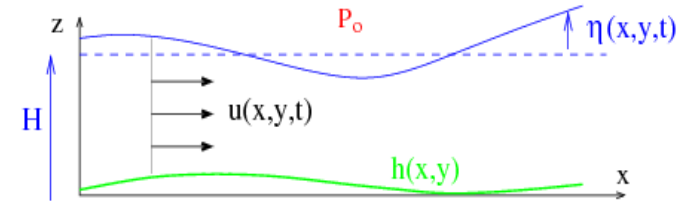
Equations de la quantité de mouvement horizontale:

$$\frac{Du}{Dt} - (f_0 + \beta y) v = -\frac{1}{\rho_r} \frac{\partial p}{\partial x} + F_u$$

$$\frac{Dv}{Dt} + (f_0 + \beta y) u = -\frac{1}{\rho_r} \frac{\partial p}{\partial y} + F_v$$

Les termes de sphéricité $\tan \phi \frac{uv}{a}$ et $\tan \phi \frac{w^2}{a}$ sont aussi négligés.

Modèle de Saint Venant



Equilibre Hydrostatique: $p = P_0 + \rho_r g (\eta - z)$

Conditions aux limites cinématiques:

$$w = \frac{D\eta}{Dt} \text{ en } z = H + \eta ; w = \frac{Dh}{Dt} \text{ en } z = h$$

Dérivée particulière:

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y}$$

Continuité:

$$\int_h^{H+\eta} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) dz = (H + \eta - h) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{D}{Dt} (H + \eta - h) = 0$$

Récapitulatif:

Continuité:

$$(H + \eta - h) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{D}{Dt} (H + \eta - h) = 0$$

Quantité de mouvement:

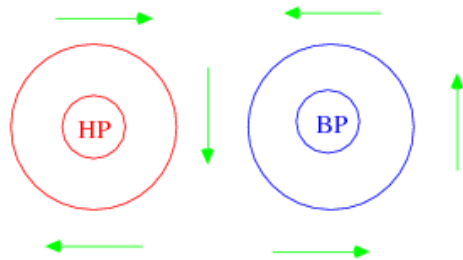
$$\frac{Du}{Dt} - (f_0 + \beta y) v = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} + F_u$$

$$\frac{Dv}{Dt} + (f_0 + \beta y) u = -g \frac{\partial \eta}{\partial y} + F_v$$

VII.5) Le modèle simple de la variabilité basse fréquence aux moyennes latitudes

Charney et DeVore (1979)

Approximation Quasi-Géostrophique:



Equilibre géostrophique:

$$f_0 u \approx -g \frac{\partial \eta}{\partial y} = f_0 u_g ; \quad f_0 v \approx g \frac{\partial \eta}{\partial x} = f_0 v_g$$

la vitesse géostrophique (u_g, v_g) est non divergente

Equations quasi-géostrophique:

$$D_g u_g - f_0 v - \beta y v_g = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} + F_u$$

$$D_g v_g + f_0 u + \beta y u_g = -g \frac{\partial \eta}{\partial y} + F_v$$

$$(H + \eta - h) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + D_g (H + \eta - h) = 0$$

Avec:

$$D_g = \frac{\partial}{\partial t} + u_g \frac{\partial}{\partial x} + v_g \frac{\partial}{\partial y}$$

Vorticité Potentielle:

$$D_g \frac{\Delta \psi + f}{H + h - \eta} = \frac{\partial_x F_v - \partial_y F_u}{H + h - \eta}$$

$\psi = \frac{g}{f_0} \eta$ est le fonction de courant de la vitesse géostrophique;

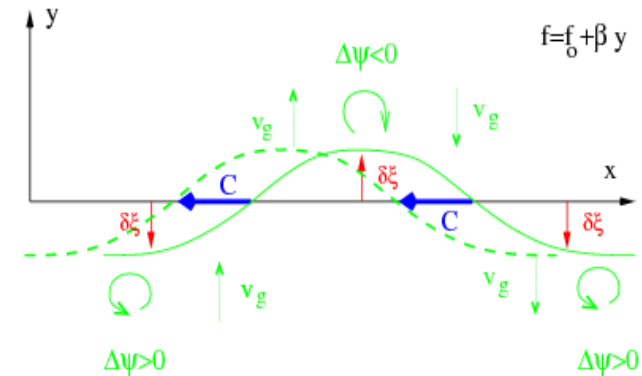
$$f = f_0 + \beta y$$

Vorticité Potentielle Quasi-Géostrophique:

Linéarisation pour η et h petits:

$$D_g \left(\underbrace{\Delta \psi + f - \frac{f_0^2}{gH} \psi + \frac{f_0}{H} h}_{VPQG} \right) = \partial_x F_v - \partial_y F_u$$

Ondes de Rossby:



Sans forçage ($h = F_u = F_v = 0$) dans un écoulement moyen au repos et pour de petites perturbations, la conservation de la VPQG devient:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\Delta \psi - \frac{f_0^2}{gH} \psi \right) + \frac{\partial \psi}{\partial x} \beta = 0$$

Ce qui donne, pour une onde monochromatique,

$$\psi(x, y, t) = \Re \left(\hat{\psi} e^{i(\omega t - kx)} \right),$$

la relation de dispersion des ondes de Rossby:

$$\omega = - \frac{\beta k}{k^2 + \frac{f_0^2}{gH}}$$

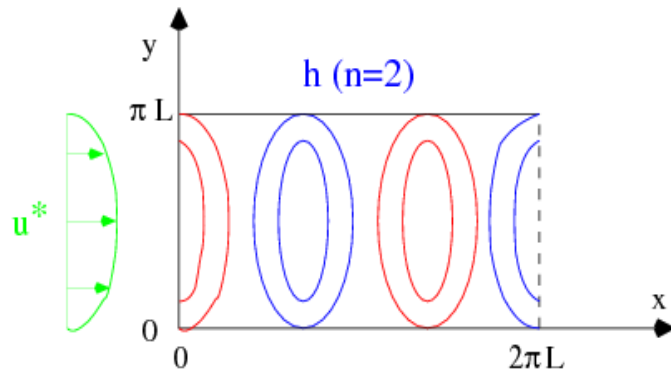
Vitesse de phase vers l'Ouest:

$$C = \frac{\omega}{k} = - \frac{\beta}{k^2 + \frac{f_0^2}{gH}}$$

VII.5) Le modèle simple de la variabilité basse fréquence aux moyennes latitudes

Charney et DeVore (1979)

Modèle de Charney et DeVore (1979)



Canal périodique de longueur $2\pi a \cos \phi_0 = 2\pi L$ et de largeur πL

Rappel de l'écoulement vers une "climatologie":

$$F_u = -\gamma(u_g - u^*) ; F_v = -\gamma v_g$$

Vorticité Potentielle quasi géostrophique:

$$D_g \left(\underbrace{\Delta\psi + f - \frac{f_0^2}{gH}\psi + \frac{f_0}{H}h}_{VPQG} \right) = -\gamma\Delta(\psi - \psi^*)$$

Conditions aux limites:

$$v_g = \frac{\partial\psi}{\partial x} = 0 \text{ en } y = 0, \pi L$$

Il s'agit d'un modèle forcé et dissipatif

Ecriture sous forme non-dimensionnelle:

$$\bar{t} = f_0 t, \quad \bar{x}, \bar{y} = \frac{x, y}{L}, \quad \bar{\psi} = \frac{\psi}{L^2 f_0}, \quad \bar{\beta} = \frac{\beta L}{f_0}, \quad \bar{\gamma} = \frac{\gamma}{f_0}, \quad \bar{h} = \frac{h}{H}$$

Vorticité Potentielle quasi géostrophique:

$$\bar{D}_g \left(\Delta\bar{\psi} + \bar{\beta}\bar{y} - \frac{\bar{\psi}}{\bar{\lambda}^2} + \bar{h} \right) = -\bar{\gamma}\Delta(\bar{\psi} - \bar{\psi}^*)$$

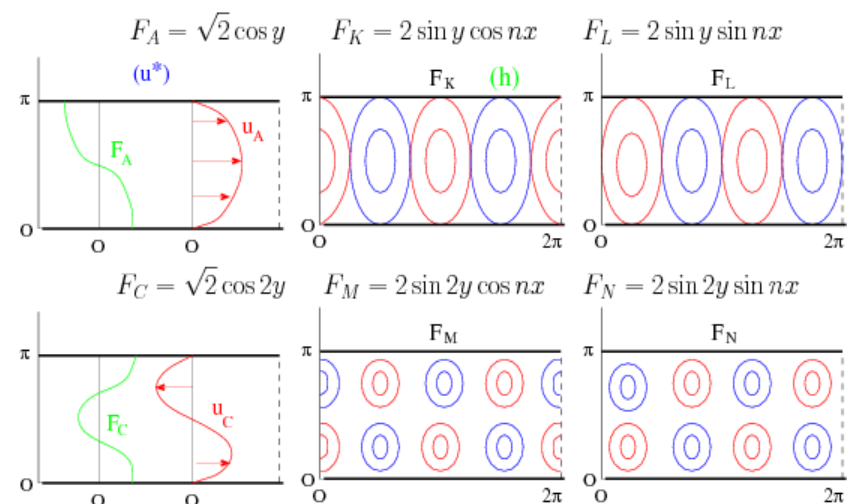
Rayon de déformation de Rossby normalisé: $\bar{\lambda}^2 = \frac{gH}{f_0^2 L^2}$. On omet les $\bar{\quad}$ par la suite.

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\Delta\psi - \frac{\psi}{\lambda^2} \right) = -J \left(\psi, \Delta\psi - \frac{\psi}{\lambda^2} + h + \beta y \right) - \gamma\Delta(\psi - \psi^*)$$

Décomposition en série de six fonctions propres de l'opérateur Δ :

$$\Delta F_i = -a_i^2 F_i, \quad \int_0^{2\pi} \int_0^\pi F_i F_j dy dx = 2\pi^2 \delta_{i,j}, \quad \frac{\partial F_i}{\partial x} = 0 \text{ en } y = 0, \pi$$

$$\psi = \psi_A(t)F_A + \psi_K(t)F_K + \psi_L(t)F_L + \psi_C(t)F_C + \psi_M(t)F_M + \psi_N(t)F_N$$



VII.5) Le modèle simple de la variabilité basse fréquence aux moyennes latitudes

Charney et DeVore (1979)

Modèle de Charney et DeVore (1979) de l'instabilité topographique

Forçage:

Topography: $h = h_0 F_K$. Climatology: $\psi^* = \psi_A^* F_A$.

On se limite dans un premier temps à 3 degrés de liberté

Evol.	Rappel	Rossby-Advection	Forçages
			Montagnes
$\dot{\psi}_A = -k_{01}(\psi_A - \psi_A^*)$			$+h_{01}\psi_L$
$\dot{\psi}_K = -k_{n1}\psi_K$	$+(\beta_{n1} - \alpha_{n1}\psi_A)\psi_L$		
$\dot{\psi}_L = -k_{n1}\psi_L$	$-(\beta_{n1} - \alpha_{n1}\psi_A)\psi_K$	$-h_{n1}\psi_A$	

Ondes de Rossby, libres:

$$h_0 = 0, \text{ et } k_{01} = k_{n1} = 0$$

$$\begin{aligned} \dot{\psi}_A &= 0 \\ \dot{\psi}_K &= (\beta_{n1} - \alpha_{n1}\psi_A)\psi_L \\ \dot{\psi}_L &= -(\beta_{n1} - \alpha_{n1}\psi_A)\psi_K \end{aligned}$$

Solution pour un vent sous-critique: $\omega = \beta_{n1} - \alpha_{n1}\psi_A > 0$.

$$\psi_K = \psi_{K0} \cos \omega t, \quad \psi_L = -\psi_{K0} \sin \omega t$$

Propagation vers l'Ouest

Solution pour un vent sur-critique: $\omega = \alpha_{n1}\psi_A - \beta_{n1} > 0$.

$$\psi_K = \psi_{K0} \cos \omega t, \quad \psi_L = \psi_{K0} \sin \omega t$$

Propagation vers l'Est (l'advection l'emporte)

Remarque: le système peut répondre de façon raisonnable au forçage des montagnes lorsque $\beta_{n1} - \alpha_{n1}\psi_A \approx 0$

Solutions stationnaires

$$\dot{\psi}_A = \dot{\psi}_K = \dot{\psi}_L = 0$$

$$\psi_A = \psi_A^* + \frac{h_{01}\psi_L}{k_{01}}$$

$$\psi_L = -\frac{h_{n1}k_{n1}}{(\beta_{n1} - \alpha_{n1}\psi_A)^2 + k_{n1}^2}\psi_A$$

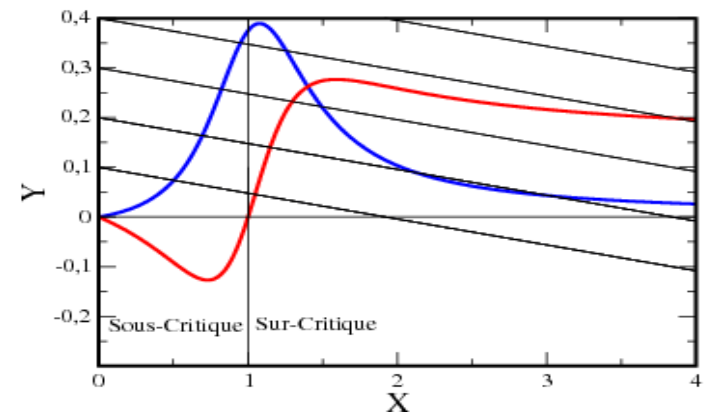
$$\psi_K = -\frac{h_{n1}(\beta_{n1} - \alpha_{n1}\psi_A)}{(\beta_{n1} - \alpha_{n1}\psi_A)^2 + k_{n1}^2}\psi_A$$

Résolution graphique:

$$Y = -\frac{h_{01}\psi_L}{k_{01}} = \psi_A^* - \psi_A, \quad X = \frac{\alpha_{n1}\psi_A}{\beta_{n1}}$$

$$Y = -\frac{h_{01}\psi_L}{k_{01}} = \frac{h_{01}}{k_{01}} \frac{h_{n1}k_{n1}}{(\beta_{n1} - \alpha_{n1}\psi_A)^2 + k_{n1}^2}\psi_A$$

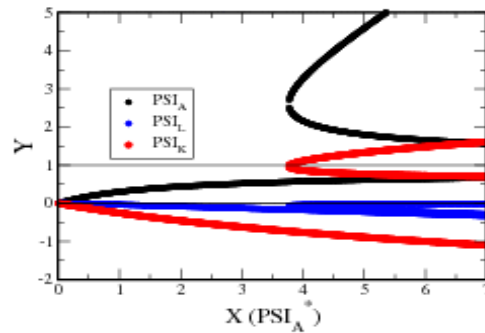
$$Y = \frac{h_{01}\psi_K}{k_{01}}$$



VII.5) Le modèle simple de la variabilité basse fréquence aux moyennes latitudes

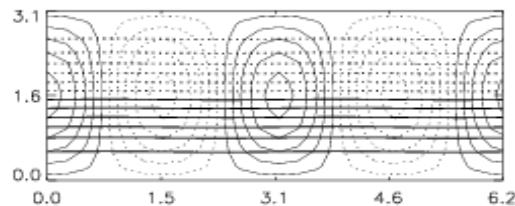
Charney et DeVore (1979)

Solutions stationnaires

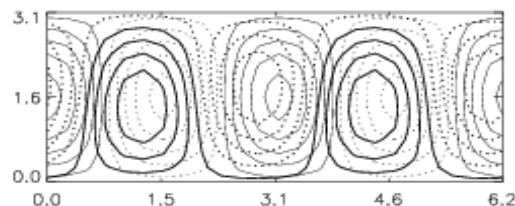


Fonctions de courant pour $\psi_A^* = 0.45$

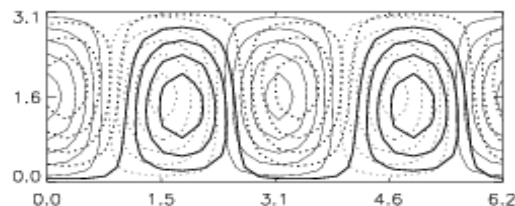
Zonal
Stable



Bloqué
Instable Fourche



Bloqué
Instable Hopf



Calcul de la stabilité des solutions stationnaires

$$\psi_A^S, \psi_L^S, \psi_K^S$$

on note les perturbations:

$$\psi'_A = \psi_A - \psi_A^S, \psi'_L = \psi_L - \psi_L^S, \text{ et } \psi'_K = \psi_K - \psi_K^S$$

$$\begin{aligned} \dot{\psi}'_A &= -k_{01}\psi'_A && + h_{01}\psi'_L \\ \dot{\psi}'_K &= -k_{n1}\psi'_K + (\beta_{n1} - \alpha_{n1}\psi_A^S)\psi'_L && - \alpha_{n1}\psi_L^S\psi'_A \\ \dot{\psi}'_L &= -k_{n1}\psi'_L - (\beta_{n1} - \alpha_{n1}\psi_A^S)\psi'_K && + \alpha_{n1}\psi_K^S\psi'_A - h_{n1}\psi'_A \end{aligned}$$

$$\text{Notation synthétique: } \dot{\vec{\psi}} = L(\vec{\psi}^S)\vec{\psi}$$

En fonction des valeurs propres λ_i de $L(\vec{\psi}^S)$ on distingue trois cas:

1. **Stable:** Pour tous les λ_i , $\Re(\lambda_i) < 0$
2. **Instable fourche** Pour certains λ_i , $\Re(\lambda_i) > 0$ mais $\Im(\lambda_i) = 0$
3. **Instable Hopf** Pour certains λ_i , $\Re(\lambda_i) > 0$ et $\Im(\lambda_i) \neq 0$

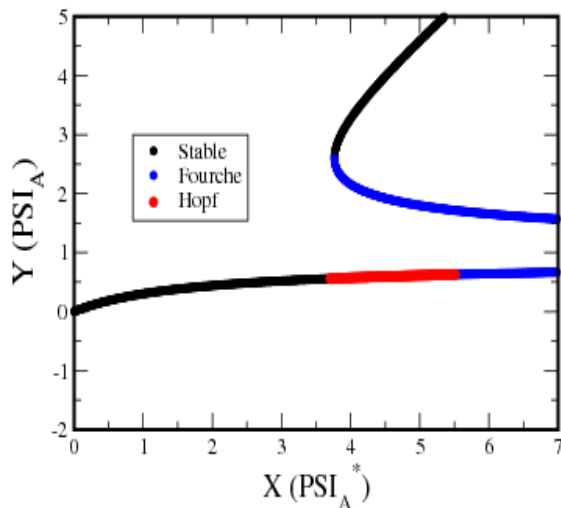
VII.5) Le modèle simple de la variabilité basse fréquence aux moyennes latitudes

Charney et DeVore (1979)

L'instabilité topographique

Dans le modèle de Charney et de Vore limité à 3 degrés de liberté seules 1 et 2 se produisent: la branche sous critique et la branche sur-critique pour laquelle $\vec{\psi}_A \approx \vec{\psi}_A^*$ sont stables. L'autre branche sur critique est instable (fourche).

Dans le modèle de Charney et de Vore à 6 degrés de liberté La branche sous-critique devient aussi instable (Hopf puis fourche) au delà de la première bifurcation:



Exemples d'évolution

Modèle complet:

Evol.	Rappel	Rosby-Advection	Forçages Montagnes	Ondes-ondes
$\dot{\psi}_A =$	$-k_{01}(\psi_A - \psi_A^*)$		$+h_{01}\psi_L$	
$\dot{\psi}_K =$	$-k_{n1}\psi_K$	$+(\beta_{n1} - \alpha_{n1}\psi_A)\psi_L$		$-\delta_{n1}\psi_C\psi_N$
$\dot{\psi}_L =$	$-k_{n1}\psi_L$	$-(\beta_{n1} - \alpha_{n1}\psi_A)\psi_K$	$-h_{n1}\psi_A$	$+\delta_{n1}\psi_C\psi_M$
$\dot{\psi}_C =$	$-k_{02}\psi_C$		$+h_{02}\psi_N$	$+\epsilon_n(\psi_K\psi_N - \psi_L\psi_M)$
$\dot{\psi}_M =$	$-k_{n2}\psi_M$	$+(\beta_{n2} - \alpha_{n2}\psi_A)\psi_N$		$-\delta_{n2}\psi_C\psi_L$
$\dot{\psi}_N =$	$-k_{n2}\psi_N$	$-(\beta_{n2} - \alpha_{n2}\psi_A)\psi_M$	$-h_{n2}\psi_C$	$+\delta_{n2}\psi_C\psi_K$

Paramètres et constantes:

$$\frac{\gamma_{n1}}{5} = \frac{\gamma_{n2}}{4} = \frac{\gamma_{n3}}{8} = \frac{8\sqrt{2}}{15\pi}n,$$

$$\alpha_{nm} = \frac{n^2 + m^2 - 1}{n^2 + m^2 + \lambda^{-2}\gamma_{nm}}, \quad \delta_{nm} = \frac{n^2 - m^2 + 1}{n^2 + m^2 + \lambda^{-2}\gamma_{n3}}, \quad \epsilon_n = \frac{3\gamma_{n3}}{4 + \lambda^{-2}},$$

$$k_{nm} = \frac{n^2 + m^2}{n^2 + m^2 + \lambda^{-2}\gamma}, \quad \beta_{nm} = \frac{n}{n^2 + m^2 + \lambda^{-2}a} \frac{L}{a} \cot \phi_0,$$

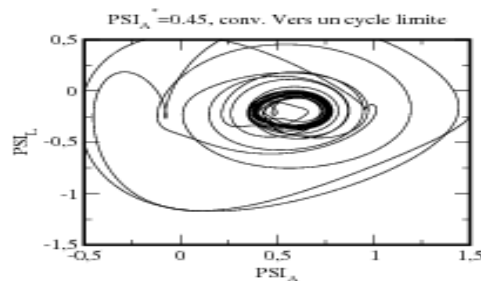
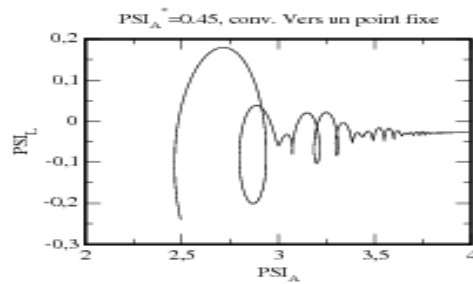
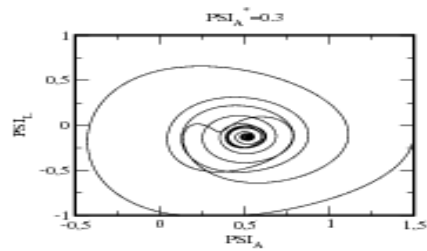
$$h_{01} = \frac{\gamma_{n1}}{1 + \lambda^{-2}2H} \frac{h_0}{a}, \quad h_{02} = \frac{\gamma_{n3}}{4 + \lambda^{-2}2H} \frac{h_0}{a},$$

$$h_{n1} = \frac{\gamma_{n1}}{n^2 + 1 + \lambda^{-2}2H} \frac{h_0}{a}, \quad h_{n2} = \frac{\gamma_{n3}}{n^2 + 4 + \lambda^{-2}2H} \frac{h_0}{a}.$$

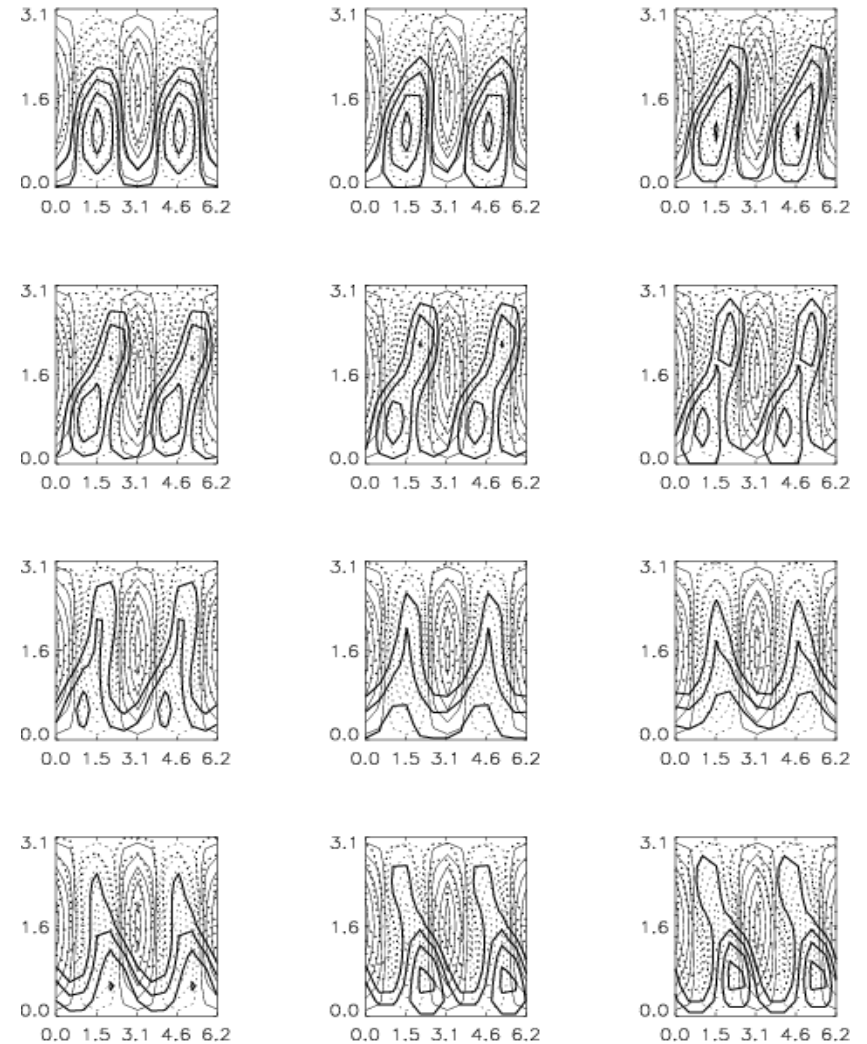
VII.5) Le modèle simple de la variabilité basse fréquence aux moyennes latitudes

Charney et DeVore (1979)

Evolutions dans le diagramme des phases ψ_A, ψ_L



Fonction de courant tous les jours



VII.5) Le modèle simple de la variabilité basse fréquence aux moyennes latitudes

Charney et DeVore (1979)

Fonction de courant tous les jours, modes ψ_C ψ_M ψ_N seulement

