Préliminaires sur les ondes (électromagnétiques)

A. Spiga, Interrogation MP*, Lycée Condorcet

Champ électromagnétique correspondant à une distribution variable de courants et de charges (tiré de *Bernard, L'esprit physique en 50 problèmes*)

L'espace est rapporté à un repère galiléen R(O,x,y,z). La région $z > 0$ est vide. La région $z < 0$ est remplie d'un métal parfait (la conductivité est considérée comme infinie).

La surface du conducteur ne porte aucune charge mais elle est parcourue par le courant superficiel $\mathbf{j_s} = j_0 \cos(\omega t)\mathbf{x}$ où ω est une pulsation constante. On note c la célérité des ondes électromagnétiques dans le vide.

1 Montrer que le potentiel **A** peut s'écrire sous la forme $\mathbf{A} = f(z,t)\mathbf{x}$. Résoudre l'équation des ondes en cherchant la fonction f d'une manière raisonnable, et en prenant le potentiel vecteur **A** nul en O (**A** est défini à une constante multiplicative près).

2 Calculer **B** et déterminer la constante à partir des conditions de passage sur **B** (on montrera qu'une induction magnétique nulle dans le métal est compatible avec les équations de Maxwell, et l'on pourra utiliser la relation de passage $\mathbf{B_t} = \mu_0 \mathbf{j_s} \wedge \mathbf{n}$)

3 Montrer qu'un potentiel scalaire nul satisfait à la condition de jauge de Lorentz. Que vaut alors le champ électrique ?

4 Quelle est la structure du champ électromagnétique $(\mathbf{E},\mathbf{B})$? Quelle est la valeur moyenne du vecteur de Poynting ? Une telle onde s'obtient par exemple lors d'une réflexion d'une onde progressive en incidence normale sur un miroir métallique parfait.

5 Donner la nature de l'onde si la densité superficielle de courant est identique mais bidimensionnelle.

Laser (oraux Mines)

Les deux problèmes peuvent être traités de manière indépendante

1 Soit un laser de puissance $2mW$ constitué d'une onde électromagnétique polarisée rectilignement de section cylindrique $1mm^2$. Calculer les amplitudes E_0 et B_0.

2 On envoie sur une bille métallique assimilée à une sphère parfaitement réfléchissante un faisceau laser de puissance P. Trouver la condition pour que la bille reste en l'air. Discuter l'ordre de grandeur. NB : on pourra choisir une méthode de résolution corpusculaire ou ondulatoire (ou les deux si l'on est curieux). Noter que la résolution ondulatoire utilise les concepts de réflexion sur un métal et de pression de radiation.

Un autre exemple d'équation d'ondes (tiré de *TD MP proposé sur le site internet du lycée Fauriel*)

NB : le thème scientifique de cet exercice est hors programme, donc les principaux résultats utiles sont rappelés en introduction. Néanmoins, que ceci ne dissuade pas le candidat de tenter comprendre la signification physique du problème lors de la résolution ...

On considère un pavillon d'ondes acoustiques, d'axe de revolution $x0$ et de section circulaire variable $S(x)$. La pression dans le fluide a pour expression : $p(x,t) = p_0 - \frac{1}{\chi S(x)} \frac{\partial S\psi}{\partial x}$ où p_0 est la pression moyenne et χ le coefficient de compressibilité isotherme. L'équation différentielle à laquelle satisfait le déplacement $\psi(x,t)$ d'une tranche de fluide est

$$\frac{\partial}{\partial x}[\frac{1}{S}\frac{\partial S\psi}{\partial x}] = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}$$

où $v^2 = \frac{1}{\rho\chi}$, ρ étant la masse volumique de l'air. La section $S(x)$ varie selon la loi $S = S_0 exp(\alpha x)$.

1 Par une analyse dimensionnelle, justifier l'expression de v. Pourquoi est-ce la célérité des ondes acoustiques ? Essayez d'expliquer pourquoi la vitesse des ondes acoustiques est plus importante dans un fluide moins compressible.

2 Chercher des solutions progressives (vers les x croissants) sous la forme complexe. Trouver la relation de dispersion.

3 Montrer qu'il existe une pulsation de coupure ω_c en deçà de laquelle il n'y a pas de propagation. Exprimer ω_c en fonction de v et α.