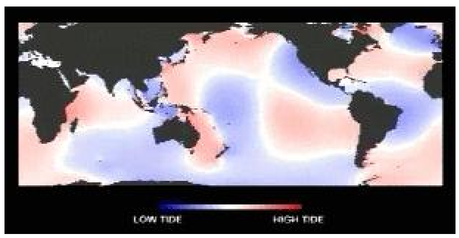
Mecanique du point et du solide **A. Spiga, Interrogation MP*, Lycée Condorcet, année 2005-2006**

Règle des douzièmes (tiré de *Bernard, L'esprit physique en 50 problèmes*)



Proverbe marin : *A partir de la marée haute, la mer descend de 1 douzième la première heure, de 2 douzièmes la deuxième heure, de 3 douzièmes la troisième heure, de 3 douzièmes la quatrième heure, de 2 douzièmes la cinquième heure, et de 1 douzième la sixième heure pour arriver à la marée basse puis remonte de façon symétrique*

On considère le système Terre-Lune. Pour la Terre le centre est O, le rayon est R, la masse m_t. Le vecteur rotation est orienté suivant le vecteur $\overrightarrow{k}$. On prend une particule P d'eau de masse m dans le plan équatorial (O $\overrightarrow{i}$ $\overrightarrow{j}$) de coordonnées polaires (r, $\theta = \Omega t$). Une variation de r avec le temps traduit le phénomène de marée. Pour la Lune, la masse est $m_l = m_t/81,5$ et on considère qu'elle décrit un cercle de rayon a = 384 000 km dans le plan équatorial avec une période T = 27,2 jours. Sa vitesse angulaire est notée ω.

On se place dans le référentiel du centre de masse C du système Terre-Lune. On note CO = b.

1 Le but est d'étudier des positions d'équilibre de la surface de l'océan, faire par conséquent un bilan d'énergie potentielle pour la particule P [Note : les forces de pression dérivent de $E_p = mp/\rho$ où p est la pression ; on supposera que la surface libre de l'océan est une surface isobare]. On sera amené à considérer une force d'inertie qui dérive du potentiel $E_p = m\omega^2 br\cos((\Omega - \omega)t)$.

2 Faire un DL dans le bilan précédent de 1/OL au 2ème ordre en r/a. Expliquer la nécessité de raisonner au deuxième ordre. Montrer alors que $r(t) = R + \frac{3m_l R^3}{2m_t a^2}(\cos((\Omega - \omega)t))^2$ avec l'origine des temps choisie à la marée haute.

3 Donner la période des marées ; est-ce en bon accord avec la réalité ?

Utiliser la précédente relation pour infirmer ou confirmer qualitativement et quantitativement le proverbe cité en début d'exercice.

Représenter qualitativement la forme de l'océan à l'instant t=0.

Manège (tiré d'un TD MP*)

Soit une plaque plane circulaire de masse m_1 et de moment d'inertie I_1, libre de tourner autour d'un axe Δ_1. On la considère initialement au repos. Sur cette plaque, une plaque plane circulaire plus petite, de masse m_2 et de moment d'inertie I_2, est libre de tourner autour d'un axe Δ_2 décalé d'une distance D par rapport à Δ_1. Le disque (2) est mis en mouvement (par un moteur par exemple) à la vitesse ω_2. Etude qualitative et quantitative du mouvement du grand disque.

The dark side of the Moon ... (tiré de *Olivier, Exercices et problèmes de physique 2ème année*)

La Terre est supposée immobile et ponctuelle en T. La Lune est assimilée à une boule homogène de centre L, de masse M_L et de rayon R, en rotation à vitesse angulaire Ω dans son référentiel barycentrique autour d'un axe parallèle à $\overrightarrow{u_z}$; son centre d'inertie L est en mouvement circulaire uniforme de vitesse angulaire ω dans le plan xTy.

1 Donner les expressions du moment cinétique en T et de l'énergie mécanique de la Lune dans le géocentrique.

2 Montrer que $E(\omega, \Omega)$ passe par un minimum à L_z fixé. En déduire pourquoi la Lune présente toujours la meme face à la Terre.

Tunnel imaginaire (tiré de *H-Prépa Mécanique MPSI*)

Quel serait le temps de parcours d'un train qui irait de Lille à Perpignan par un tunnel rectiligne très étroit creusé dans le sol ?

Boule sur plan incliné (oral Centrale)

Une boule homogène de masse m et de rayon R roule sans glisser sur un plan incliné d'un angle a. Donner deux méthodes pour déterminer l'équation du mouvement. Résoudre avec l'une des deux méthodes.

Disque et ressort (oral Centrale)

Soit un disque de rayon R et de centre de gravité G posé au centre O d'une boîte de largeur D. Le disque est attaché aux parois extrémités de la boîte par deux ressorts de raideur k, dont la ligne directrice est située à une distance a (inférieure à R) au-dessus de G. On suppose que les ressorts coulissent de telle sorte que leur ligne directrice est toujours horizontale, autrement dit, la force exercée par ceux-ci sur le disque homogène est toujours horizontale. La longueur à vide des ressorts est D/2.

Déterminer la position d'équilibre, puis calculer la pulsation des petites oscillations dans le cas d'un roulement sans glissement, à l'aide de deux méthodes distinctes.