

Guide d'ondes et Rayonnement dipolaire A. Spiga,

Interrogation MP*, Lycée Condorcet

Etude guidée d'un guide d'ondes (tiré d'un TD MP*)

Les parois du guide sont parfaitement conductrices. Le guide est de largeur (coordonnée x) a et d'épaisseur (coordonnée y) b . On s'intéresse à une onde transverse de la forme :

$$\vec{E}(x, y, z, t) = \vec{\xi}(x, y)e^{i(\omega t - kz)}$$

avec $\xi_z = 0$

1

On cherche ξ_x sous la forme $\xi_x = P(x)Q(y)$. Démontrer que l'on obtient $\xi_x = C \cos(px + \alpha) \cos(qy + \beta)$. Dédurre l'expression générale de ξ_y .

2

Préciser ξ_x et ξ_y en utilisant les conditions aux limites.

3

Donner la relation de dispersion, et mettre en évidence le module d'onde de coupure. En déduire la relation expérimentale : $\lambda_0^{-2} = \lambda_g^{-2} + \lambda_c^{-2}$. Avez vous une idée de la détermination expérimentale de chacune des trois longueurs d'onde mises en évidence dans la formule précédente ?

4

On suppose dorénavant que $\xi_x = 0$ et l'on prend pour le module d'onde de coupure au carré la plus petite valeur possible : il s'agit du mode de propagation TE_{10} (transversal électrique). Expliciter ξ_y , et en déduire les composantes du champ magnétique \vec{B} . S'assurer que les conditions aux limites sont bien vérifiées. Comparer la structure de l'onde à celle que l'on a dans l'espace libre.

5

Déterminer les lignes de champ de \vec{E} et \vec{B} à t fixé.

6

Préciser les charges et les courants induits sur les parois.

7

Déterminer la puissance P transportée par le guide (puissance moyenne à travers une section transverse du guide).

Atome d'hydrogène (tiré d'une colle MP*)

Rappeler les valeurs du rayon atomique et de l'énergie du niveau fondamental de l'atome d'hydrogène. Rappeler l'expression de la puissance rayonnée dans tout l'espace par un dipôle oscillant.

Donner une équation différentielle pour l'énergie de l'électron en "rotation" autour du noyau d'hydrogène. Calculer son temps de demi-vie. Remarques, commentaires, améliorations du modèle.

Onde électromagnétique rayonnée par une particule en mouvement non relativiste (tiré d'un écrit ENS)

Une particule P de charge q , mobile, se déplaçant dans le vide à une vitesse $\vec{v}(t)$ non relativiste, crée en M un potentiel vecteur (dit potentiel retardé) :

$$\vec{A}(M, t) = \frac{\mu_0 q \vec{v}(t - r/c_0)}{4\pi r}$$

où comme $v \ll c_0$, on considère $r = \|\vec{PM}\|$ (c_0 étant la vitesse de la lumière dans le vide).

1

Déterminer le champ magnétique au point M à la date t . Quelle forme prend ce résultat lorsque le point M se trouve à grande distance ? on précisera ce que l'on entend par "grande distance", on exprimera le résultat en fonction de l'accélération du mouvement de la particule chargée. La dépendance du résultat en fonction de r était-elle prévisible ?

2

On admettra à ce stade que le champ électromagnétique au niveau du point M a localement une structure d'onde plane progressive se propageant de P vers M . On a donc :

$$\frac{\vec{B}}{B} = \frac{\vec{E}}{E} \wedge \frac{\vec{PM}}{PM}$$

En choisissant un axe z suivant la direction de l'accélération \vec{a}_p de la particule P , en déduire la puissance dP rayonnée dans l'angle solide $d\Omega$ autour d'une direction repérée par les angles θ et φ . Tracer en coordonnées polaires, dans le plan $\varphi = 0$, la courbe $f(\theta) = \frac{dP}{d\Omega}$.

3

Quelle est la puissance totale rayonnée dans tout l'espace ?